∽ Γ_{11} ∾
PROBABILITÉ

« Si vous devez jouer, réfléchissez à trois choses au départ : les règles du jeu, les enjeux, et le temps passé. »

proverbe chinois

Exercice 1.

Le but du problème est de connaître les probabilités de trouver deux personnes ayant une date d'anniversaire identique parmi un groupe de n personnes.
On note l'événement

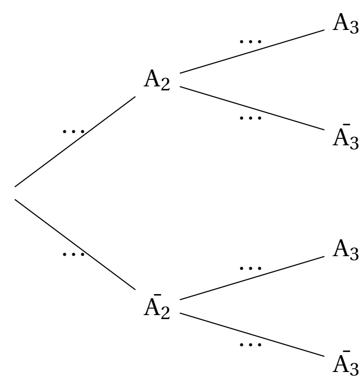
A_i : « Les i personnes ont des dates d'anniversaire différentes »

Partie A : Le principe des tiroirs

0. Supposons que $n > 365$ déterminer la probabilité de l'événement A_n

Partie B : Où l'on calcule $P(A_n)$, pour n un entier compris entre 1 et 365

1. Calculer $P(A_1)$
2. Calculer $P(A_2)$
3. Dans cette question on suppose que $n = 3$.
   (a) Compléter l'arbre ci-dessus :



   (b) Expliquer pourquoi il est en fait inutile de considérer les branches issues du noeud $\bar{A}_2$ pour répondre au problème posé.
   (c) En déduire la probabilité $P(A_3)$
4. En prenant comme modèle la question précédente, calculer $P(A_4)$
5. Conjecturer $P(A_5)$; $P(A_6)$ et $P(A_{10})$
6. Conjecturer $P(A_n)$ où $n \in [\![1;365]\!]$

Partie C : Conclusion

7. En appliquant la formule conjecturée dans la question précédente, compléter le tableau au dos du sujet.
8. Combien faut-il réunir de personnes pour avoir au moins une chance sur deux d'avoir deux invités qui ont la même date d'anniversaire ?
9. Dans une classe de 30 élèves quelle est la probabilité d'avoir deux élèves ayant la même date d'anniversaire ?

$n = 1$	$P(A_1) = \dots$
$n = 2$	
$n = 3$	
$n = 4$	
$n = 5$	
$n = 6$	
$n = 7$	
$n = 8$	
$n = 9$	
$n = 10$	
$n = 11$	
$n = 12$	
$n = 13$	
$n = 14$	
$n = 15$	
$n = 16$	
$n = 17$	
$n = 18$	
$n = 19$	
$n = 20$	
$n = 21$	
$n = 22$	
$n = 23$	
$n = 24$	
$n = 25$	
$n = 26$	