Correction de l'interrogation n°1

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $3x^2-5x=0 \Longleftrightarrow x(3x-5)=0 \Longleftrightarrow x=0 \quad \text{ou} \quad 3x-5=0 \Longleftrightarrow x=0 \quad \text{ou} \quad x=\dfrac{5}{3}$

$$\mathscr{S}=\left\{0;\frac{5}{3}\right\}$$

2. $x^2-x-1=0$
On calcule le discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-1)=5$, et puisque ce discriminant est positif l'équation à résoudre admet deux solutions, que voici :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\mathscr{S}=\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$$

3. $-4x^2+x-5=0$
On calcule le discriminant : $\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times(-4)\times(-5)<0$, par conséquent l'équation à résoudre n'admet pas de solution.

$$\mathscr{S}=\emptyset$$

4. $4x^2+4x+1=0 \Longleftrightarrow (2x+1)^2=0 \Longleftrightarrow 2x+1=0 \Longleftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

$$\mathscr{S}=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

Exercice 2. La somme de deux nombres réels vaut S = 63 et le produit de ces deux mêmes nombres vaut 972.
On cherche quels sont ces nombres.

1. En notant le plus grand des deux nombres x et le plus petit y, démontrer que $x^2-63x+972=0$.
Nous savons que $x+y=63$ et $xy=972$.
De la première équation on tire $y=63-x$ et de la seconde $x(63-x)=972 \Longleftrightarrow 63x-x^2=972 \Longleftrightarrow 0=x^2-63x+972$
Effectivement x est solution de l'équation $x^2-63x+972=0$.

2. Déterminer les racines du trinôme $x^2-63x+972$ puis répondre au problème posé.
Déterminons le discriminant de ce trinôme :

$$\Delta=b^2-4ac=(-63)^2-4\times1\times972=81$$

Par conséquent cette équation admet deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{63-\sqrt{81}}{2}=\frac{63-9}{2}=27 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{63+\sqrt{81}}{2}=36$$

Si $x=27$ alors $y=63-27=36$ ce qui n'est pas possible car on suppose que $x>y$, en revanche si $x=36$ alors $y=63-36=27$ est solution du problème.
Ainsi la solution du problème posé est $x=36$ et $y=27$.

CORRECTION DE L'INTERROGATION N°1

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $3x^2 - 5 = 0 \Longleftrightarrow x^2 = \dfrac{5}{3} \Longleftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{5}{3}} = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \pm\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$
$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{\sqrt{15}}{3}; \frac{\sqrt{15}}{3}\right\}$$

2. $4x^2 + 2x - 1 = 0$
On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4\times 4\times(-1) = 20$, et puisque ce discriminant est positif l'équation à résoudre admet deux solutions, que voici :
$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-\sqrt{20}}{8} = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+\sqrt{20}}{8} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$
$$\mathscr{S} = \left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{4}; \frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right\}$$

3. $x^2 + x + 1 = 0$
On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4\times 1\times 1 < 0$, par conséquent l'équation à résoudre n'admet pas de solution.
$$\mathscr{S} = \emptyset$$

4. $4x^2 - 4x + 1 = 0 \Longleftrightarrow (2x-1)^2 = 0 \Longleftrightarrow 2x - 1 = 0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$
$$\mathscr{S} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

Exercice 2. La différence entre deux nombres réels vaut S = 9 et le produit de ces deux mêmes nombres vaut 972.
On cherche quels sont ces nombres.

1. En notant le plus grand des deux nombres x et le plus petit y, démontrer que $x^2 - 9x - 972 = 0$.
Nous savons que $x - y = 9$ et $xy = 972$.
De la première équation on tire $x = 9 + y \Longleftrightarrow y = x - 9$ et de la seconde $x(x-9) = 972 \Longleftrightarrow x^2 - 9x - 972 = 0$
Effectivement x est solution de l'équation $x^2 - 9x - 972 = 0$.

2. Déterminer les racines du trinôme $x^2 - 9x - 972$ puis répondre au problème posé.
Déterminons le discriminant de ce trinôme :
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4\times 1\times(-972) = 3969$$
Par conséquent cette équation admet deux solutions :
$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9-\sqrt{3969}}{2} = \frac{9-63}{2} = -27 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9+\sqrt{3969}}{2} = 36$$
Si $x = -27$ alors $y = -27 - 9 = -36$, ce qui est une première solution au problème, et si $x = 36$ alors $y = 36 - 9 = 27$ ce qui est la deuxième solution du problème.
Ainsi $x = 36$ et $y = 27$ convient, tout comme $x = -27$ et $y = -36$