

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

**Exercice 1.****10 points**

On considère le nombre complexe

$$z = 1 - \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3})$$

1. Ecrire  $z^2$  sous forme algébrique
2. Déterminer le module et un argument de  $z^2$
3. Indiquer le signe de la partie réelle de  $z$  et celui de la partie imaginaire, puis, à l'aide des propriétés sur le module et l'argument, déterminer le module et un argument de  $z$ .
4. Dédire de ce qui précède  $\cos \frac{7\pi}{12}$  et  $\sin \frac{7\pi}{12}$  puis  $\cos \frac{\pi}{12}$  puis  $\sin \frac{\pi}{12}$

**Exercice 2.** Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

On considère l'application  $f$  du plan dans lui-même qui, à tout point  $M$  d'affixe  $z$ , associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  telle que :  $z' = z^2$ .

Soit  $A$  le point d'affixe  $a = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ .

Déterminer les affixes des antécédents de  $A$  par  $f$ .

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

**Exercice 1.****10 points**

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 + 2\sqrt{2}z + 4 = 0$ .  
On appelle  $z_1$  et  $z_2$  les solutions de l'équation,  $z_1$  ayant une partie imaginaire positive.
2. Placer, dans le plan, muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  (unité graphique : 2 cm), les points :  $A$  d'affixe 2,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_1$  et  $z_2$ , et  $I$  le milieu de  $[AB]$ .
3. Démontrer que le triangle  $OAB$  est isocèle.  
En déduire une mesure de l'angle  $(\vec{e}_1; \vec{OI})$ .
4. Calculer l'affixe  $z_1$  de  $I$ , puis le module de  $z_1$ .
5. Dédire des résultats précédents les valeurs exactes de  $\cos \frac{3\pi}{8}$  et  $\sin \frac{3\pi}{8}$

**Exercice 2.** Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

On considère l'application  $f$  du plan dans lui-même qui, à tout point  $M$  d'affixe  $z$ , associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  telle que :  $z' = z^2$ .

Déterminer l'ensemble  $\Gamma_2$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que l'affixe  $z'$  du point  $M'$  soit un nombre imaginaire pur.