

LOI NORMALE ET PROBABILITÉ DEVOIR MAISON

Exercice 1.

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Campagne de publicité

Une entreprise réalise une campagne de publicité sur six mois pour la sortie d'un nouveau téléviseur.

Elle estime que la probabilité qu'une personne prise au hasard connaisse ce téléviseur après x semaines de publicité est donnée par :

$$f(x) = \frac{9x}{10x+40} \quad \text{pour } x \in [0; 26].$$

1. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse ce téléviseur après une semaine de publicité? Après deux semaines?
2. On note f' la dérivée de la fonction f . Montrer que $f'(x) = \frac{360}{(10x+40)^2}$.
3. Donner le signe de $f'(x)$ pour $x \in [0; 26]$ et en déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[0; 26]$.
4. Voici un algorithme :

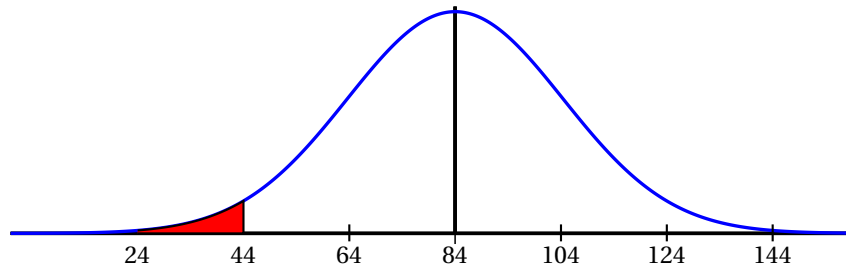
```

x ← 0
y ← 0
Tant que y < 0,75
  x ← x + 1
  y ←  $\frac{9x}{10x+40}$ 
Fin Tant que
    
```

- (a) Quelle est la valeur de la variable x à la fin de l'exécution de cet algorithme?
- (b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B : Durée de vie d'un téléviseur

On décide de modéliser la durée de vie, en mois, d'un téléviseur par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ . Sa fonction de densité est représentée ci-dessous ainsi que la probabilité $P(X \leq 44) = 0,025$.



1. À l'aide des informations fournies par le graphique, déterminer une valeur de :
 - (a) l'espérance μ ,
 - (b) $P(44 \leq X \leq 124)$.

Dans la suite on admet que l'écart-type est $\sigma = 20,4$.

2. Calculer $P(X > 120)$. Arrondir au centième.
3. La campagne de publicité de ce modèle de téléviseur vantait sa fiabilité et affirmait que la durée de vie de ce modèle serait de plus de 10 ans pour au moins les trois quarts d'entre eux. Qu'en pensez-vous?

Partie C : Service après-vente

Une enquête a été réalisée dans une grande surface de multimédia sur des clients ayant acheté un téléviseur deux ans plus tôt. On a constaté que :

- 40 % de ces clients ont souscrit une garantie de deux ans. Parmi eux :
 - un quart a contacté une seule fois le service après-vente (SAV) ;
 - 28 % n'ont pas contacté le SAV ;
 - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.
- Parmi les clients n'ayant pas souscrit de garantie de deux ans :
 - 80 % n'ont pas contacté le SAV ;
 - 15 % ont contacté le SAV une seule fois ;
 - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.

On choisit au hasard un client ayant acheté un téléviseur dans ce magasin deux ans plus tôt et on note les événements :

- G : « Le client a souscrit une garantie de deux ans » ;
- A : « Le client n'a pas contacté le SAV » ;
- B : « Le client a contacté le SAV une seule fois » ;
- C : « Le client a contacté le SAV au moins deux fois ».

1. Réaliser un arbre pondéré de probabilité modélisant l'expérience aléatoire.
2. Calculer la probabilité que le client ait souscrit une garantie de deux ans et qu'il n'ait pas contacté le SAV.
3. Calculer la probabilité que le client n'ait pas contacté le SAV.