

LOI NORMALE ET FONCTIONS

DEVOIR MAISON

Exercice 1.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Pour la fabrication de machines agricoles, une usine reçoit en grande quantité des plaques métalliques carrées. Elles ne peuvent être utilisées dans le processus de fabrication que si la longueur de leurs côtés et leur épaisseur respectent certains critères.

1. Un premier test permet de vérifier la longueur des côtés de chaque plaque. Une plaque réussit ce test si la longueur de ses côtés est comprise entre 81,6 centimètres et 82,4 centimètres.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque plaque prélevée au hasard, associe la longueur de son côté, en centimètres.

On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 82 et d'écart-type 0,2.

Déterminer la probabilité, arrondie au millième, qu'une plaque réussisse ce premier test.

2. Les plaques ayant réussi le premier test subissent un second test permettant de vérifier leur épaisseur. Une plaque sera utilisable par l'usine si son épaisseur est inférieure à 3 millimètres.

Le fournisseur affirme que 90 % des plaques qui subiront ce second test ont une épaisseur inférieure à 3 millimètres.

On effectue le second test sur un lot de 2500 plaques.

- (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréquence des plaques dont l'épaisseur est inférieure à 3 millimètres, dans ce lot.
- (b) Parmi les 2500 plaques, 2274 ont réussi le second test. Au regard de ces résultats, doit-on accepter l'affirmation du fournisseur?

Partie B

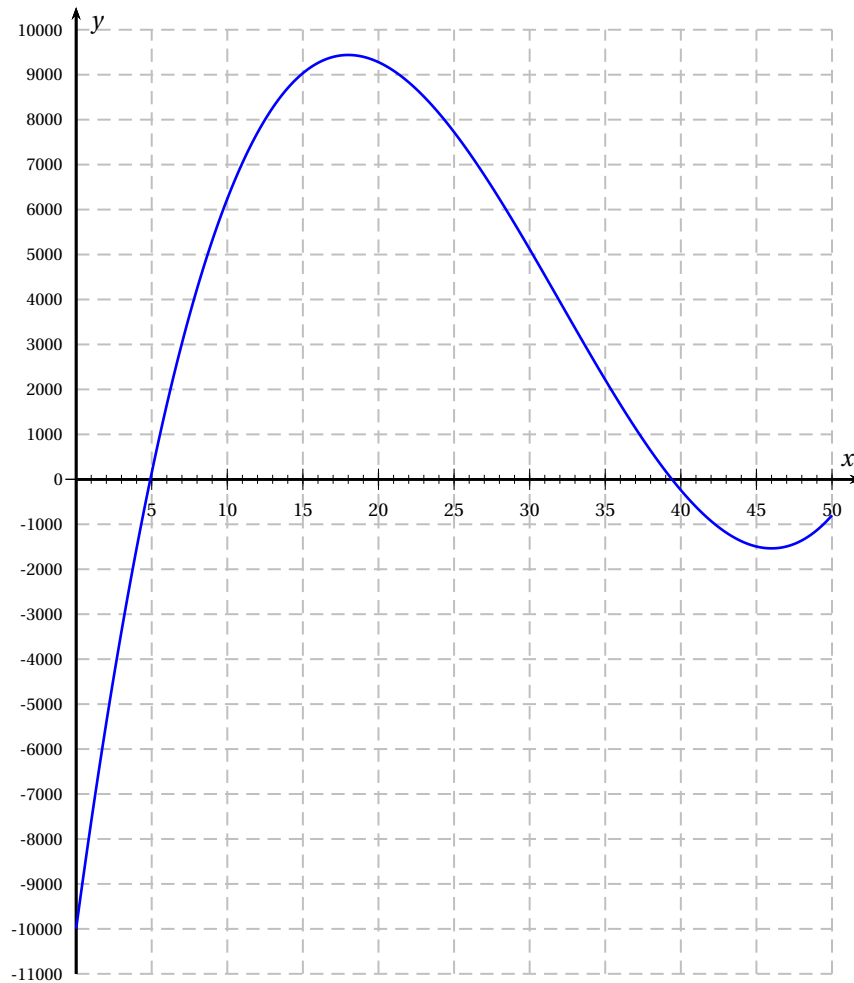
Cette usine peut produire en un mois entre 0 et 50 machines agricoles.

On a modélisé le bénéfice de l'entreprise, exprimé en milliers d'euros, par la fonction f définie pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0; 50]$ par :

$$f(x) = x^3 - 96x^2 + 2484x - 10000.$$

On dit que l'entreprise réalise des profits si son bénéfice est strictement positif.

On a tracé la représentation graphique de cette fonction f .



1. Par lecture graphique, donner sous forme d'intervalle, le nombre de machines agricoles que doit produire l'entreprise pour réaliser des profits.
2. On désigne par f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$.
3. Résoudre l'équation : $3x^2 - 192x + 2484 = 0$.
4. Recopier et compléter le tableau de variations ci-dessous :

x	0	50
Signe de $f'(x)$		0	0	
Variations de f				

5. À l'aide des questions précédentes, donner le nombre de machines à fabriquer pour que le bénéfice soit maximal, puis calculer ce bénéfice maximal.