Exercice 1. Une association spécialisée dans la vente de produits biologiques propose à ses clients deux types de paniers : petit modèle et grand modèle. Ils sont composés de légumes et, suivant la demande des clients, de produits laitiers.

Il apparaît que :

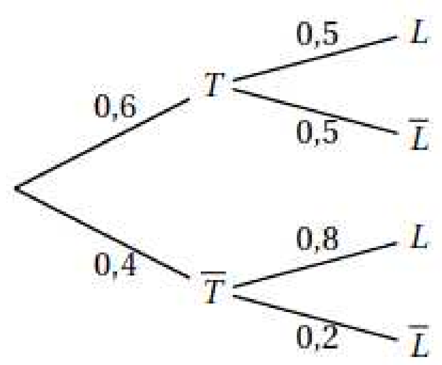
- 60 % des clients choisissent un petit modèle. Les autres achètent un grand modèle.
- parmi ceux qui choisissent un petit modèle, 50 % y ajoutent des produits laitiers.
- parmi ceux qui choisissent un grand modèle, 80 % y ajoutent des produits laitiers.

On interroge au hasard un des clients.

On note T l'événement, « le client a choisi un petit modèle » et L l'événement, « le client y a fait ajouter des produits laitiers ».

Partie A

1. $P(T) = 0.6$ car 60 % des clients choisissent un petit modèle et $P_T(L) = 0.5$ puisque parmi ceux qui choisissent un petit modèle, 50 % y ajoutent des produits laitiers.
2. Complétons l'arbre de probabilités suivant :



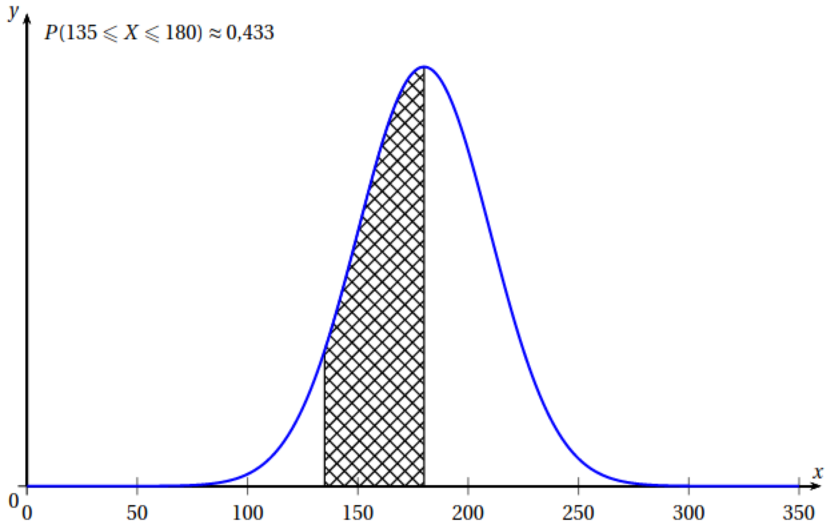
3. La probabilité que le client interrogé ait choisi un petit modèle et des produits laitiers est notée $P(T \cap L)$.
$P(T \cap L) = P(T) \times P_T(L) = 0.6 \times 0.5 = 0.3$.
4. Peut-on affirmer que moins des deux tiers des clients achètent des produits laitiers ?
Pour ce faire, calculons $P(L)$.
$P(L) = P(T \cap L) + P\left(\overline{T} \cap L\right) = P(T) \times P_T(L) + P\left(\overline{T}\right) \times P_{\overline{T}}(L) = 0.3 + 0.4 \times 0.8 = 0.62$.
Par conséquent, l'affirmation est justifiée.
5. Calculons $P_L(T)$.
$P_L(T) = \dfrac{P(T \cap L)}{P(L)} = \dfrac{0.3}{0.62} \approx 0.484$.
Cette probabilité est celle que le client interrogé ait choisi le petit modèle sachant qu'il a acheté des produits laitiers.

Partie B

Le producteur qui fournit cette association vend aussi des yaourts chaque samedi sur un marché. On note X la variable aléatoire, qui, à chaque semaine, associe le nombre de yaourts vendus au marché. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 180$ et d'écart type $\sigma = 30$.

1. À l'aide de la calculatrice, la probabilité arrondie au millième que le nombre de yaourts vendus soit inférieur ou égal à 150, notée $P(X \leqslant 150)$ est égale à 0.159.
Nous pouvions remarquer que $150 = 180 - 30$ c'est-à-dire $\mu - \sigma$ or nous savons que $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0.683$
par conséquent $P(X \leqslant 150) = 0.5 - \dfrac{0.683}{2} \approx 0.159$.

On donne la courbe de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 180$ et d'écart type $\sigma = 30$.



2. Sur ce graphique, on peut lire : $P(135 \leqslant X \leqslant 180) \approx 0,433$.
   Ceci signifie que la probabilité de vendre entre 135 et 180 yaourts est égale à 0.433.
3. La courbe étant symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$, il en résulte que
   $P(180 \leqslant X \leqslant 225) = 0.433$.
   $P(X \geqslant 225) = 0.5 - P(180 \leqslant X \leqslant 225) = 0.5 - 0.433 = 0.067$.
4. Ce samedi, le producteur n'a apporté que 225 yaourts au marché. la probabilité qu'il ait besoin de compléter son stock est d'environ 0.067.

Partie C

L'association affirme qu'elle reçoit en moyenne 5% de yaourts invendables du producteur.

celui-ci conteste cette affirmation, par conséquent on choisit de prélever 3000 yaourts dont au final 2700 s'avèrent vendables. Au regard de ces résultats, doit-on accepter l'affirmation du producteur ?

On calcule l'intervalle de fluctuation au seuil 95% :

$0.05 - \dfrac{1}{\sqrt{3000}} \simeq 0.03$ et $0.05 + \dfrac{1}{\sqrt{3000}} \simeq 0.07$

Ainsi l'intervalle de fluctuation est environ $[0.03; 0.07]$.

De plus dans l'expérience qui fut réalisé on a pu observer une fréquence $f = \dfrac{300}{3000} = 0.1$ yaourts invendables.

0.1 est supérieur à 0.07 et n'appartient donc pas à l'intervalle de fluctuation au seuil 95% par conséquent on va remettre en question l'affirmation du producteur au risque de se tromper dans moins de 5% des cas.