

LOI NORMALE ET FONCTIONS

DEVOIR MAISON

Exercice 1.

En 2016, une entreprise compte produire au plus 60000 téléphones mobiles pour la France et les vendre 800 € l'unité. On supposera que tous les téléphones produits sont vendus. On s'intéressera dans cet exercice au bénéfice éventuel réalisé par l'entreprise.

Après plusieurs études, les coûts, en euros, liés à la production, à la distribution et à la publicité, sont modélisés par

$$C(x) = 0,01x^2 + 250x + 2500000$$

(où x est le nombre d'exemplaires fabriqués et vendus).

PARTIE A.

1. Expliquez pourquoi les recettes $R(x)$ obtenues par la vente de x téléphones sont :

$$R(x) = 800x$$

On vend x téléphones au coût unitaire de 800 euros par conséquent :

$$R(x) = 800x$$

2. En déduire que le bénéfice, selon le nombre x d'exemplaires vendus, est défini sur $[0; 60000]$ par

$$f(x) = -0,01x^2 + 550x - 2500000.$$

Le bénéfice vaut :

$$f(x) = R(x) - C(x) = 800x - (0,01x^2 + 250x + 2500000) = 800x - 0,01x^2 - 250x - 2500000 = -0,01x^2 + 550x - 2500000$$

3. Déterminer la fonction f' dérivée de la fonction f .

$$f'(x) = -0,01 \times 2x + 550 \times 1 - 0 = -0,02x - 550$$

4. Donner, en justifiant votre démarche, le tableau de variation de la fonction f .

On cherche les réels x tels que :

$$f'(x) = 0 \iff -0,02x + 550 = 0 \iff -0,02x = -550 \iff x = \frac{-550}{-0,02} = 27500$$

x	0	27500	60000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	-2500000	5062500	-5500000

5. Combien l'entreprise doit-elle vendre de téléphones pour réaliser un bénéfice maximal?

Calculer ce bénéfice.

En vertu du tableau de variations que nous venons tout juste d'établir l'entreprise doit vendre 27500 téléphones pour réaliser un bénéfice maximal qui sera alors de 5062500 euros.

6. La fonction f est représentée ci-dessous.

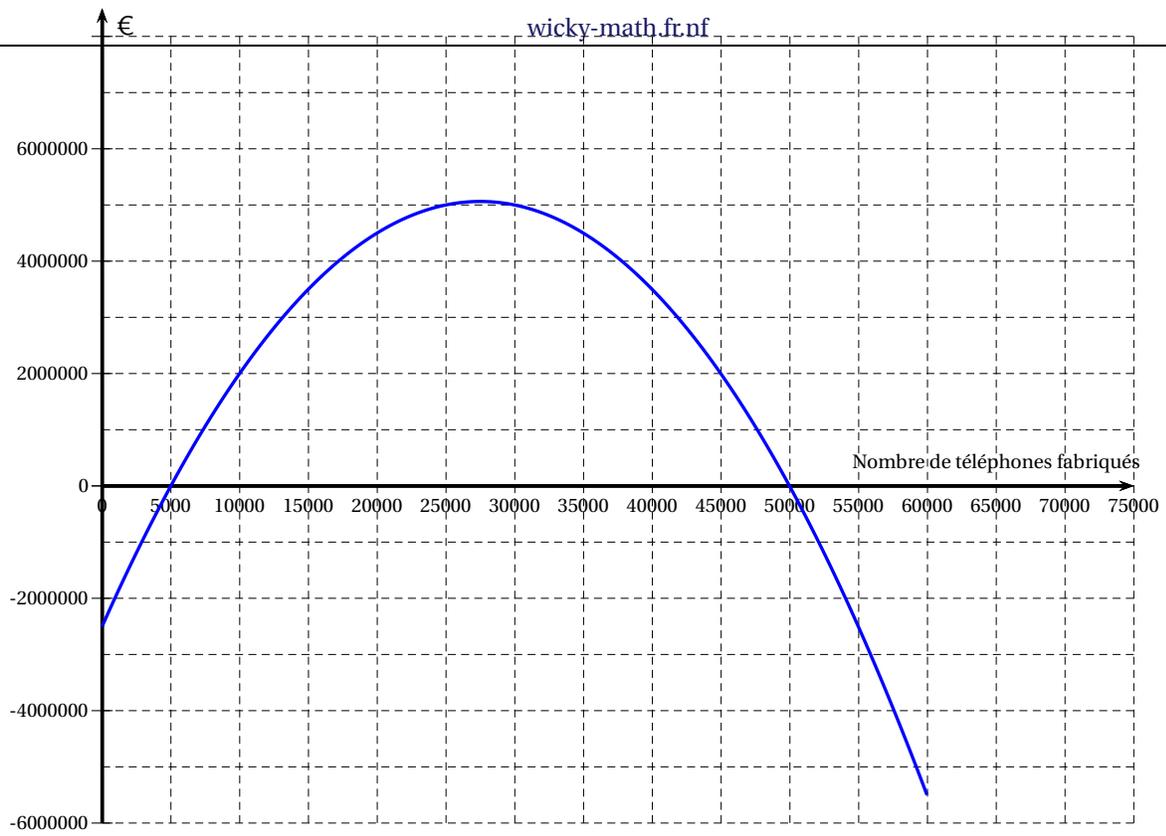
- (a) Déterminer graphiquement combien l'entreprise doit vendre de téléphones pour réaliser un bénéfice supérieur à 2 millions d'euros.

Pour réaliser un bénéfice supérieur à 2 millions d'euros il faut vendre entre 10000 et 45000 téléphones.

- (b) L'entreprise a-t-elle intérêt à produire 60000 exemplaires en 2016? Justifier la réponse.

Si elle produisait 60000 téléphones son bénéfice serait de -5500000, donc elle perdrait beaucoup d'argent.

D'un point de vue économique cela ne paraît pas pertinent, après elle pour s'enorgueillir d'avoir vendu beaucoup de téléphone ce qui lui procurerait une satisfaction d'une autre nature. Laissons un instant aux philosophes le soin de trancher le débat.



PARTIE B.

On s'intéresse dans cette partie au bénéfice unitaire qui est modélisé par la fonction g définie sur $]0; 60000]$ par $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.
 Sur un tableur, on a préparé une feuille de calcul dont on donne, ci-dessous, un aperçu :

	A	B	C
1	Nombre d'exemplaires x	Bénéfice $f(x)$	Bénéfice unitaire $g(x)$
2	1000	-1960000	-1960,00
3	2000	-1440000	-720,00
4	3000	-940000	-313,33
5	4000	-460000	-115,00
6	5000	0	0,00
7	6000	440000	73,33
8	7000	860000	122,86
9	8000	1260000	157,50
10	9000	1640000	182,22
11	10000	2000000	200,00
12	11000	2340000	212,73
13	12000	2660000	221,67
14	13000	2960000	227,69
15	14000	3240000	231,43
16	15000	3500000	233,33
17	16000	3740000	233,75
18	17000	3960000	232,94
19	18000	4160000	231,11
20	19000	4340000	228,42
21	20000	4500000	225,00

1. Quelle formule peut-on saisir en C2 pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs du bénéfice unitaire ?

$$C2=B2/A2$$

2. D'après le tableau, combien d'exemplaires doit-on fabriquer et vendre pour avoir un bénéfice unitaire maximal.

D'après ce tableau on doit fabriquer et vendre aux alentours de 16000 téléphones pour avoir un bénéfice unitaire maximal

PARTIE C.

On modélise, par jour de production, le nombre d'appareils défectueux par la loi normale d'espérance $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 2$. On arrondira les résultats au millième.

1. Calculer la probabilité pour qu'un jour donné, il y ait entre 12 et 16 téléphones défectueux.

Nous utilisons notre calculatrice graphique (justifiant enfin son prix prohibitif, enfin justifiant...) et cette probabilité vaut 0.683

2. On considère que la production d'une journée n'est pas satisfaisante quand il y a plus de 18 téléphones défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'un jour donné la production ne soit pas satisfaisante ?

On sait d'après le cours que $P(10 \leq X \leq 18) \approx 0,95$ et donc par symétrie de la courbe en cloche on sait que $P(X < 10) = P(X > 18) = 0.05/2$ ce qui montre que la probabilité pour qu'un jour donné la production ne soit pas satisfaisante vaut :

$$P(X > 18)0.025$$