

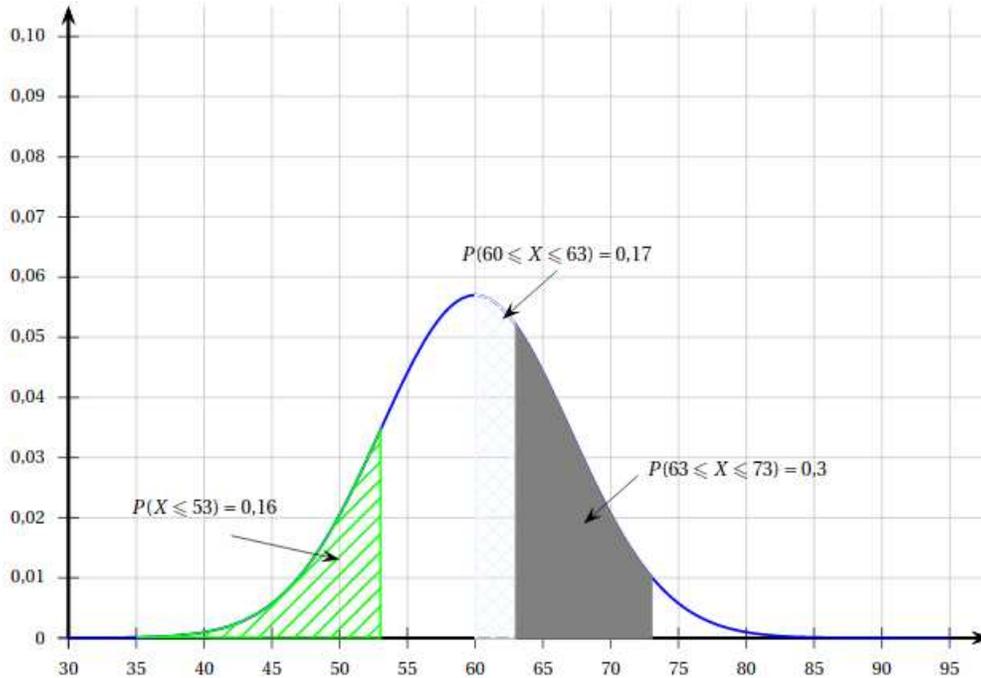
LOI NORMALE ET PROBABILITÉ CORRECTION

Exercice 1.

Les œufs de poule sont classés en quatre catégories :

- « Petit », si la masse est inférieure à 53 g ;
- « Moyen », si la masse est comprise entre 53 g et 63 g ;
- « Gros », si la masse est comprise entre 63 g et 73 g ;
- « Très gros », si la masse est supérieure à 73 g.

On admet que la masse d'un œuf de poule peut-être modélisée par une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance 60 g. On donne ci-dessous la courbe de densité associée à cette loi, sur laquelle on a indiqué les probabilités $P(X \leq 53) = 0,16$, $P(60 \leq X \leq 63) = 0,17$ et $P(63 \leq X \leq 73) = 0,3$.



1. Calculer la probabilité qu'un œuf ne soit pas classé dans la catégorie « Petit ».

La probabilité qu'un œuf ne soit pas classé dans la catégorie « Petit » vaut :

$$P(X > 53) = 1 - P(X \leq 53) = 1 - 0,16 = 0,84$$

2. Justifier que la probabilité $P(53 \leq X \leq 60)$ est égale à 0,34.

$$P(53 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 53) = 0,5 - 0,16 = 0,34$$

3. En déduire la probabilité qu'un œuf soit classé dans la catégorie « Moyen ».

La probabilité qu'un œuf soit classé dans la catégorie « Moyen » vaut :

$$P(53 \leq X \leq 63) = P(53 \leq X \leq 60) + P(60 \leq X \leq 63) = 0,34 + 0,17 = 0,51$$

4. Calculer la probabilité qu'un œuf soit classé dans la catégorie « Très gros ».

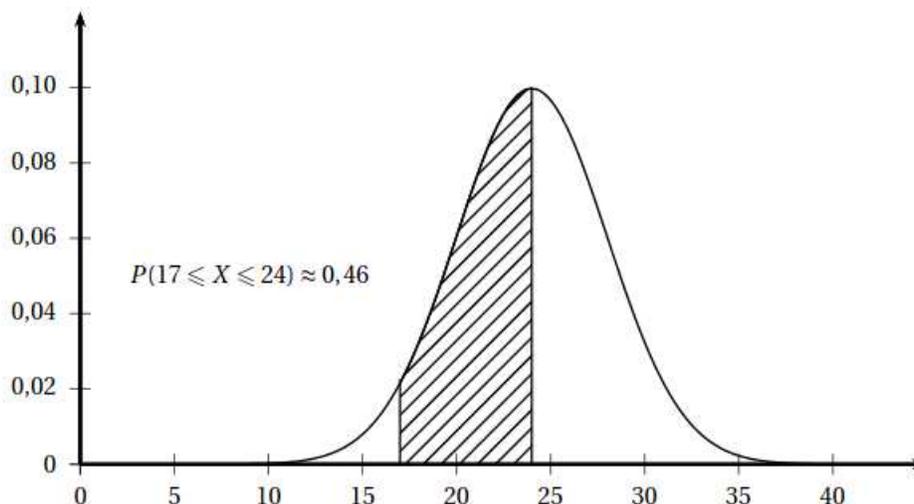
La probabilité qu'un œuf soit classé dans la catégorie « Très gros » vaut :

$$P(X \geq 73) = 1 - P(X \leq 73) = 1 - 0,3 - 0,51 - 0,16 = 1 - 0,97 = 0,03$$

Exercice 2.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour chaque question, indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse, ne rapporte ni n'enlève de point.

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ telle que $P(17 \leq X \leq 24) \approx 0,46$ à 10^{-2} près. La courbe de densité de cette loi est représentée ci-dessous. Elle admet la droite d'équation $x = 24$ comme axe de symétrie.



1. Une valeur approchée à 10^{-2} près de $P(X \geq 31)$ est 0.04

En effet compte tenu de la symétrie $P(17 \leq X \leq 31) = 2 \times 0,46 = 0,92$ et par conséquent le reste est divisé en deux par égale d'où :

$$P(X \geq 31) = 0,08/2 = 0,04$$

2. Les valeurs des deux paramètres de cette loi sont $\mu = 24$ et $\sigma = 4$

Pour s'en convaincre, on utilise sa calculatrice (par exemple) et on calcule $P(17 \leq X \leq 24)$ avec les différentes propositions. Seule la proposition *b.* donne 0.46.

a. $\mu = 24$ et $\sigma = 0,1$

b. $\mu = 24$ et $\sigma = 4$

c. $\mu = 20$ et $\sigma = 5,69$

d. $\mu = 4$ et $\sigma = 24$