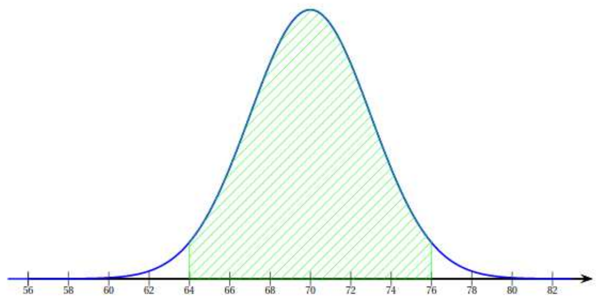
꧁ Loi normale et probabilité ꧂
La correction du premier devoir confiné

Exercice 1.

Une variable aléatoire X suit une loi normale telle que $P(X \leqslant 70) = 0,5$ et $P(64 \leqslant X \leqslant 76) = 0,954$.
On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la densité de cette loi normale, dont on note respectivement μ et σ l'espérance et l'écart-type.



1. La valeur de μ est :

   a. 0,954 **b.** 3 **c.** 70 **d.** 0,5.

   μ est l'abscisse du sommet donc :

$$\mu = 70$$

2. Parmi les valeurs ci-dessous, la plus proche de σ est :

   a. 6 **b.** 3 **c.** 0,954 **d.** 70.

   Compte tenu du fait que $P(64 \leqslant X \leqslant 76) = 0,954$ on $2\sigma = 76 - 70$ et donc $\sigma = 3$.

3. $P(70 \leqslant X \leqslant 76)$ est égal à :

   a. 0,954 **b.** 0,454 **c.** 0,477 **d.** 0,023.

   Compte tenu de la symétrie de la courbe on a :

$$P(70 \leqslant X \leqslant 76) = \frac{1}{2}P(64 \leqslant X \leqslant 76) = \frac{1}{2} \times 0.9540.477$$

4. $P(X \geqslant 76)$ est égal à :

   a. $P(X < 76)$ **b.** $P(X \geqslant 64)$ **c.** $P(X < 64)$ **d.** 0,954.

   Compte tenu de la symétrie de la courbe on a :

$$P(X \geq 76) = P(X < 64)$$

Exercice 2. Une entreprise fabrique des batteries pour téléphone.

Partie A

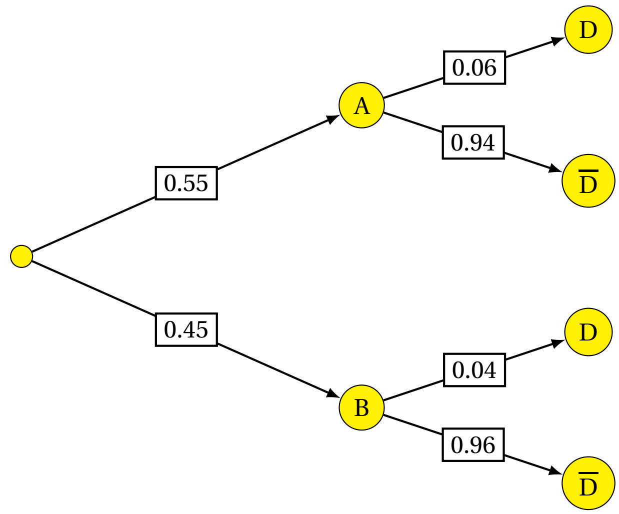
Les batteries sont fabriquées dans deux ateliers, Arobase et Bestphone ; 55 % d'entre elles sont fabriquées dans l'atelier Arobase et le reste dans l'atelier Bestphone. À l'issue de la fabrication, certaines batteries sont contrôlées. Ces contrôles permettent d'affirmer que :

- parmi les batteries fabriquées dans l'atelier Arobase, 94 % ne présentent aucun défaut ;
- parmi les batteries fabriquées dans l'atelier Bestphone, 4 % présentent au moins un défaut.

Une batterie est prélevée de façon équiprobable dans le stock constitué des batteries produites par les deux ateliers.
On considère les évènements suivants :
A : « la batterie provient de l'atelier Arobase », B : « la batterie provient de l'atelier Bestphone »et D : « la batterie présente au moins un défaut »

1. Réaliser un arbre pondéré de probabilité modélisant cette expérience aléatoire.

D. Zancanaro
zancanaro.math@gmail.com



2. Calculer la probabilité que la batterie provienne de l'atelier Bestphone et présente au moins un défaut.

   La probabilité que la batterie provienne de l'atelier Bestphone et présente au moins un défaut vaut :

$$p(B \cap D) = 0.45 \times 0.04 = 0.018$$

3. Montrer que la probabilité que la batterie présente au moins un défaut est égale à $0,051$.

   La probabilité que la batterie présente au moins un défaut est égale à :

$$p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = 0.55 \times 0.06 + 0.45 \times 0.96 = 0.051$$

4. Sachant que la batterie choisie présente au moins un défaut, peut-on affirmer qu'il y a plus de deux chances sur trois que cette batterie provienne de l'atelier Arobase ?

   Justifier la réponse.

$$p_D(A) = \frac{p(A \cap D)}{p(D)} = \frac{0.55 \times 0.06}{0.051} \simeq 0.65 < \frac{2}{3}$$

   On ne peut donc pas affirmer qu'il y ait plus de deux chances sur trois que cette batterie provienne de l'atelier Arobase

Partie B

Dans cette partie, tous les résultats seront arrondis au centième.

On modélise l'autonomie d'une batterie, exprimée en minute, par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 750$ et d'écart type $\sigma = 75$.

1. Donner la valeur, arrondie au centième, de la probabilité $P(600 \leqslant X \leqslant 900)$.

   $750 - 2\sigma = 750 - 2 \times 75 = 600$ et $750 + 2 \times \sigma = 750 + 2 \times 75 = 900$ donc d'après le cours :

$$P(600 \leqslant X \leqslant 900) \simeq 0,95$$

2. Calculer la probabilité qu'une batterie ait une autonomie supérieure à 15 heures.

   $15h = 900$ minutes donc la probabilité qu'une batterie ait une autonomie supérieure à 15 heures vaut :

$$p(X \geq 900) \simeq 0,025$$