∽ CORRECTION DU TRAVAIL MAISON CHAP 7 - C ∽
GÉNÉRALITÉ SUR LES FONCTIONS (PARTIE GRAPHIQUE)

Exercice 1. Déterminer la fonction affine f telle que $f(-2)=9$ et $f(3)=-11$.

Puisque f est une fonction affine alors il existe deux nombres réels a et b tels que $f(x)=ax+b$.

$$\begin{cases} f(-2)=9 \\ f(3)=-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9=-2a+b \\ -11=3a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=9+2a \\ -11=3a+9+2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=9+2a \\ -20=5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=1 \end{cases}$$

On conclut que

$$f(x)=-4x+1$$

Exercice 2.

1. Trouver le coefficient directeur puis l'ordonnée à l'origine de la droite passant par $\mathrm{A}(2;-1)$ et $\mathrm{B}(3;5)$.
   En déduire l'expression de la fonction affine représentée par cette droite.

   On cherche f fonction affine telle que $f(2)=-1$ et $f(3)=5$ par conséquent :

$$\begin{cases} f(2)=-1 \\ f(3)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1=2a+b \\ 5=3a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ 5=3a-1-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ a=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=-13 \end{cases}$$

   Ainsi $f(x)=6x-13$

   Autre méthode : On sait que le coefficient directeur a de la droite (AB) vaut :

$$a=\frac{y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}$$

   Puisque $f(2)=-1$ et $f(3)=5$ alors la droite passe par les points $\mathrm{A}(2;-1)$ et $\mathrm{B}(3;5)$ d'où :

$$a=\frac{5-(-1)}{3-1}=\frac{6}{1}=6$$

   Ainsi $f(x)=6x+b$.

   Puisque, par exemple, $f(3)=5$ alors $5=6\times3+b$ et donc :

$$5-18=b\Longleftrightarrow b=-13$$

   Au final :

$$f(x)=6x-13$$

2. Même question pour les points $\mathrm{C}(-1,2)$ et $\mathrm{D}(3;-1)$.

   On cherche f fonction affine telle que $f(-1)=2$ et $f(3)=-1$ par conséquent :

$$\begin{cases} f(-1)=2 \\ f(3)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2=-a+b \\ -1=3a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2+a \\ -1=3a+2+a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2+a \\ -3=4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{3}{4} \\ b=2-\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{4} \end{cases}$$

   Ainsi $f(x)=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$

3. Trouver les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD).

   D'après les questions précédentes (AB) a pour équation $y=6x-13$ et (CD) a pour équation $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$.

   Le point d'intersection de ses deux droites a donc une ordonnée y qui vaut à la fois $6x-13$ et $-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$ où x désigne son abscisse, que nous trouvons en résolvant l'équation :

$$6x-13=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}\Longleftrightarrow 6x+\frac{3}{4}x=\frac{5}{4}+13\Longleftrightarrow 6.75x=14.25\Longleftrightarrow x=\frac{1425}{675}=\frac{19}{9}$$

   et donc son ordonnée y vaut $y=6\times\dfrac{19}{9}-13=2\times\dfrac{19}{3}-13=-\dfrac{1}{3}$

Le point d'intersection des droites (AB) et (CD) a pour coordonnée :

$$\left(\frac{19}{9};-\frac{1}{3}\right)$$

Exercice 3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-3x+1$.

1. Trouver les images de 0 et de -2 par la fonction f.

$$f(0)=-3\times 0+1=1$$

L'image de 0 est 1.

$$f(-2)=-3\times(-2)+1=6+1=7$$

L'image de -2 est 7.

2. Calculer $f\left(\frac{4}{3}\right)$.

$$f\left(\frac{4}{3}\right)=-3\times\frac{4}{3}+1=-4+1=-3$$

3. Trouver les éventuels antécédents de 0 et -2 par la fonction f.

On cherche les réels x tels que :

$$f(x)=0\Longleftrightarrow -3x+1=0\Longleftrightarrow -3x=-1\Longleftrightarrow 3x=1\Longleftrightarrow x=\frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ est l'unique antécédent de 0.

On cherche les réels x tels que :

$$-3x+1=-2\Longleftrightarrow -3x=-3\Longleftrightarrow x=1$$

L'unique antécédent de -2 est 1.

4. Résoudre $f(x)=\frac{4}{3}$.

$$-3x+1=\frac{4}{3}\Longleftrightarrow -3x=\frac{4}{3}-1\Longleftrightarrow -3x=\frac{1}{3}\Longleftrightarrow x=-\frac{1}{9}$$

5. Tracer la représentation graphique de f dans un repère orthonormé et contrôler graphiquement les résultats précédents.