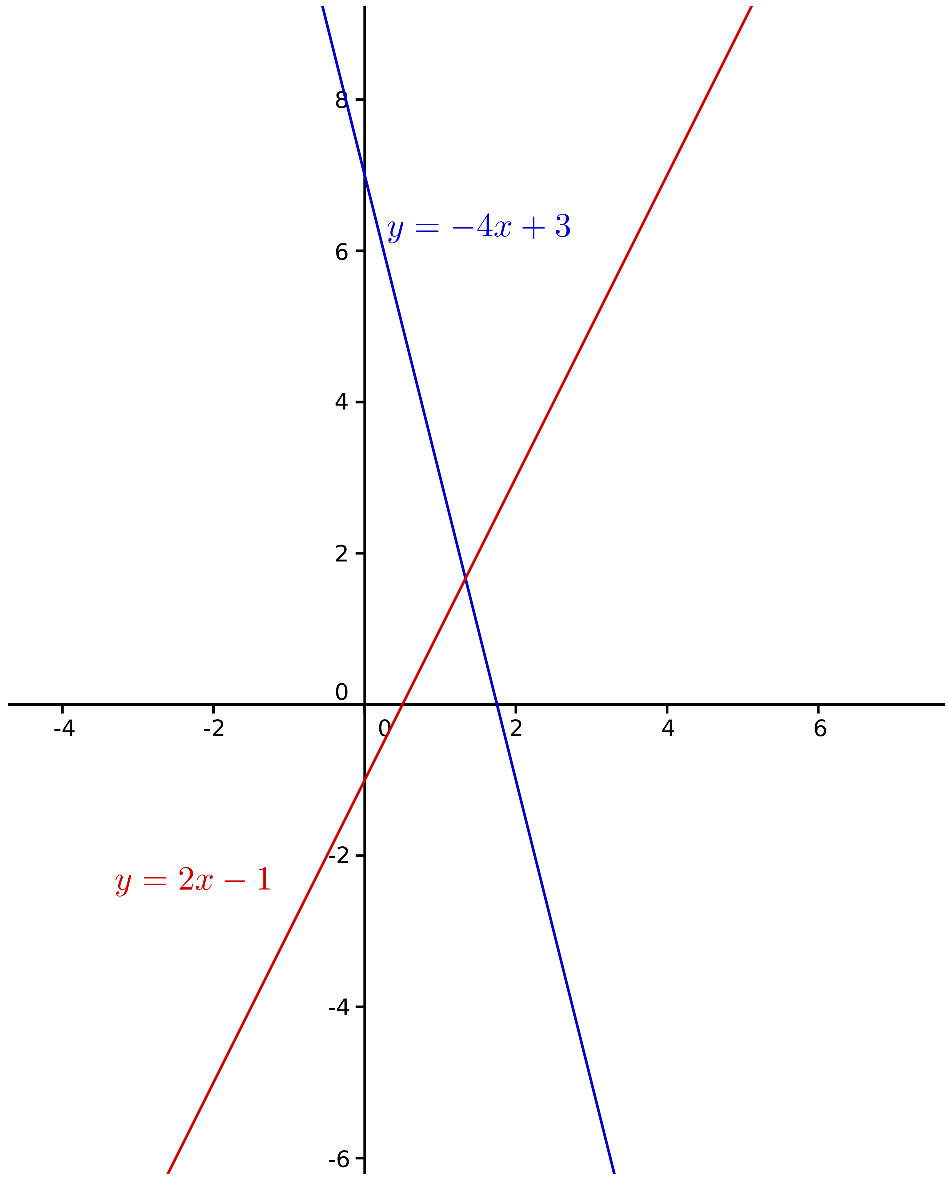
∾ Correction du travail maison chap 7 - B ∾
Généralité sur les fonctions (partie graphique)

Exercice 1. Sur une feuille de papier millimétré, représenter en rouge la courbe de la fonction f définie par $f(x) = 2x-1$ et en bleu la courbe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -4x+7$.



Exercice 2. *Du graphique à l'algébrique !*

On considère la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2x - 8$

PARTIE A. **Ensemble de définition**

1. Y-a-t-il des valeurs qui interdisent le calcul de $f(x)$? Si oui, précisez lesquelles

   Il n'y a ni quotient, ni racine carré dans l'expression de $f(x)$ donc le calcul de l'image est possible quelque soit la valeur de x.

2. En déduire l'ensemble de définition de f.

   Par conséquent, du fait qu'il n'y ait pas de valeurs interdites, on déduit que f est définit sur $\mathbb{R}$.

PARTIE B. **Résolution graphique**

Dans cette partie A l'aide de la représentation graphique donnée en annexe,répondre aux questions suivantes :

1. Lire les images de 1, -1 et -3.

   Par lecture graphique, l'image de 1 est -5, celle de -1 est -9 et celle de -3 est -5

2. Lire les antécédents éventuels de -8.

   Les antécédents de -8 sont -2 et 0.

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

   La courbe de la fonction f passe deux fois par l'axe des abscisses donc l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions -4 et 2.

4. Etablir le tableau de signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[-6;4]$.

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

PARTIE C. **Résolution algébrique**

Dans cette deuxième partie, on montre les résultats par le calcul :

1. Calculer les images de 1, -1 et -3.

$$f(1) = 1^2 + 2 \times 1 - 8 = 1 + 2 - 8 = -5$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 8 = 1 - 2 - 8 = -9$$

$$f(-3) = (-3)^2 + 2 \times (-3) - 8 = 9 - 6 - 8 = -5$$

2. (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :

$$f(x) = (x+1)^2 - 9$$

   Pour tout nombre réel x on a :

$$(x+1)^2 - 9 = x^2 + 2x + 1 - 9 = x^2 + 2x - 8 = f(x)$$

   (b) Expliquez pourquoi on a forcément et pour tout $x \in \mathrm{R}$:

$$f(x) \geq -9$$

   Un carré est toujours positif, autrement dit quelque soit le nombre x on a :

$$(x+1)^2 \geq 0$$

   et donc, en enlevant 9, on a :

$$(x+1)^2 - 9 \geq -9$$

3. (a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :

$$f(x) = (x-2)(x+4)$$

   Pour tout nombre réel x on a :

$$(x-2)(x+4) = x^2 + 4x - 2x - 9 = x^2 + 2x - 8 = f(x)$$

(b) En déduire les antécédents de 0.

Pour cela il faut résoudre l'équation $f(x) = 0$ ce qui est simple avec l'expression de $f(x)$ précédente :

$$(x-2)(x+4) = 0$$

est une équation produit nul donc soit $x-2=0$ soit $x+4=0$ et donc :

$$x = 2 \qquad \text{ou} \qquad x = -4$$

(c) Dresser le tableau de signe de f sur l'intervalle $\mathbb{R}$.

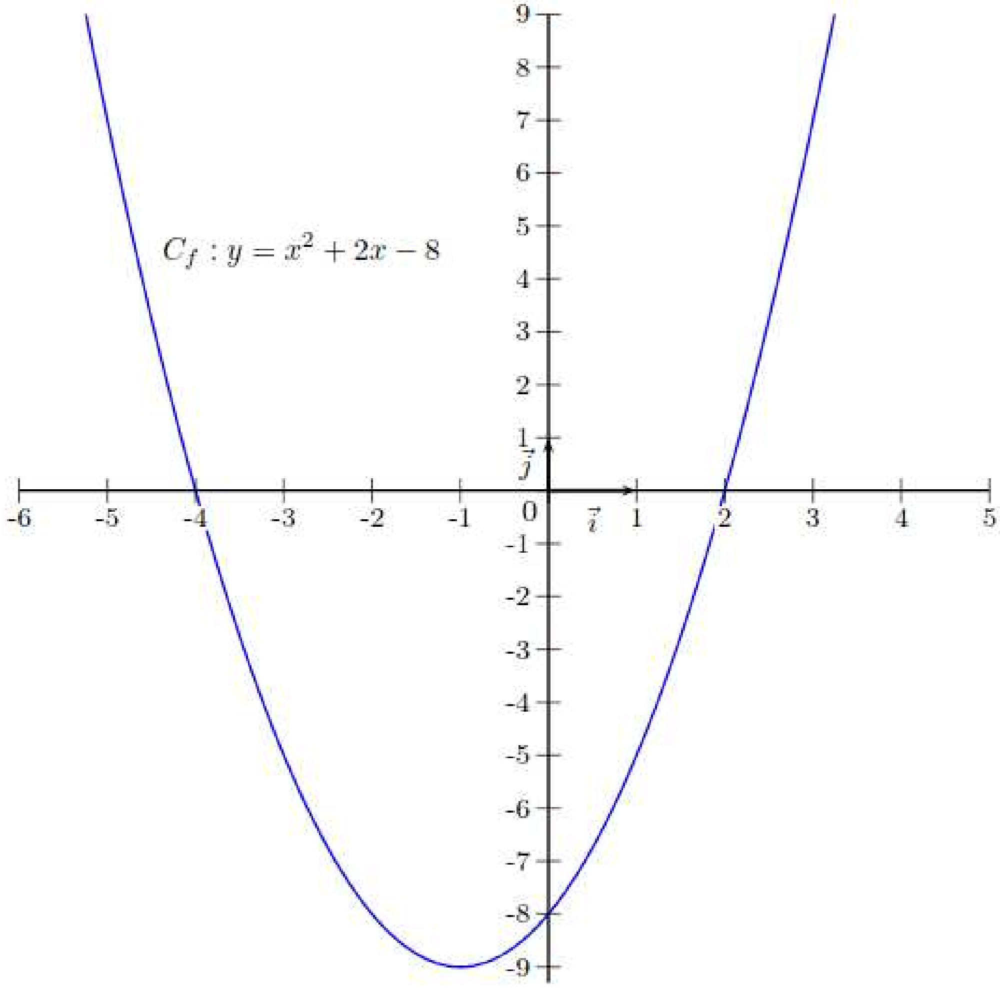
x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$x-2$			$-$		0	$+$	
$x+4$		$-$	0		$+$		
$(x-2)(x+4)$		$+$	0	$-$	$0.$	$+$	

(d) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) > 0$.

Par lecture du tableau de signe précédent on trouve que $f(x) > 0$ lorsque :

$$x \in]-\infty; -4[\cup]2; +\infty[$$

Annexe



Réprésentation graphique de la fonction f