☙ Correction du travail maison chap 7 - A ❧
Généralité sur les fonctions

Exercice 1. On donne l'algorithme suivant :

Algorithme 1 : *Un algorithme*

Saisir n
a prend la valeur $n+4$
b prend la valeur $a \times n$
c prend la valeur $b+4$
Afficher c

1. Faire tourner à la main cet algorithme en indiquant le contenu de chaque variable lorsque l'on saisit $n=-2$. Recommencer avec $n=-6$.
   Si $n=-2$ alors $a=2$ puis $b=-4$ et $c=0$.
   Si $n=-6$ alors $a=-2$ puis $b=12$ puis $c=16$
2. On considère la fonction f définie par :
$$f(n)=n^2+4n+4$$
   (a) Calculer les images de -2 et de -6. Que constate-t-on ? Expliquer.
$$f(-2)=(-2)^2+4\times(-2)+4=4-8+4=0 \qquad \text{et} \qquad f(-6)=(-6)^2+4\times(-6)+4=36-24+4=16$$
   On constate que nous trouvons les mêmes résultats que précédemment.
   En effet $c=b+4$ mais comme $b=a\times n$ on obtient :
$$c=a\times n+4$$
   Or, $a=n+4$ d'où :
$$c=(n+4)n+4=n^2+4n+4=f(n)$$
   (b) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f.
   On cherche les valeurs de n pour lesquelles on a $f(n)=0$ c'est-à-dire :
$$n^2+4n+4=0$$
   on reconnaît une identité remarquable et on peut factoriser :
$$(n+2)^2=0$$
   et donc il s'agit d'une équation produit nul d'où :
$$n+2=0$$
   et donc
$$n=2$$

Exercice 2. Soit f la fonction définie pour n'importe quel nombre réel x par :
$$f(x)=x^2-7x+12$$

1. Donner les images de 0, 2, $-\frac{5}{2}$ et $\sqrt{2}$.
$$f(0)=0^2-7\times0+12=12$$
   L'image de 0 est 12.
$$f(2)=2^2-7\times2+12=4-14+12=2$$
   L'image de 2 est 2.
$$f(-2.5)=(-2.5)^2-7\times(-2.5)+12=29.5$$
   L'image d e$-\frac{5}{2}$ est 29.5
$$f(\sqrt{2})=\sqrt{2}^2-7\sqrt{2}+12=14-7\sqrt{2}$$

2. Donner les éventuels antécédents de 12.

   On cherche les réels x qui ont pour image 12 donc on résout :

$$x^2 - 7x + 12 = 12$$

   ce qui revient à résoudre $x^2 - 7x = 0$, on factorise pour se ramener à une équation produit nul :

$$x(x-7) = 0$$

   et donc soit $x = 0$ soit $x = 7$.

   Ainsi 12 admet deux antécédents qui sont 0 et 7.

3. (a) Démontrer que, pour tout nombre réel x on a :

$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$$

   Quel que soit le réel x on a :

$$(x-3)(x-4) = x^2 - 3x - 4x + 12 = x^2 - 7x + 12 = f(x)$$

   (b) En utilisant le résultat précédent et un tableau de signe, résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.

   On se doit de résoudre l'inéquation

$$(x-3)(x-4) > 0$$

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$x-3$		$-$	0		$+$		
$x-4$			$-$		0	$+$	
$(x-3)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   et au final on trouve :

$$\mathscr{S} =]-\infty; 3[\cup]4; +\infty[$$

Exercice 3. On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = \frac{2}{x-1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.

   La division par zéro est une opération impossible, par conséquent il n'est pas envisageable que $x - 1 = 0$ autrement dit que $x = 1$.

   De sorte que la fonction h soit définie pour $x \neq 1$ et donc l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres réels à l'exception de 1 ce qui se note :

$$\mathscr{D}_h = \mathbb{R}\setminus\{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

2. Déterminer l'image de 2 par h.

$$h(2) = \frac{2}{2-1} = 2$$

   L'image de 2 est 2.

3. Déterminer les antécédents éventuels de 1 par h

   On cherche les éventuels réels $x \neq 1$ solution de l'équation $\dfrac{2}{x-1} = 1$

   Un petit produit en croix plus loin donne :

$$2 = x - 1$$

   et donc

$$x = 1$$

   .