

INTERROGATION N°3

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1.

10 points

Dans le plan complexe munit du repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point M d'affixe z et le point M' d'affixe z' défini par :

$$z' = -z^2 - 1$$

On dit que M' est l'image du point M.

1. Quel est l'image du point M d'affixe i ?
2. Quels sont les points M dont l'image est l'origine du repère ?
3. (a) Résoudre, dans \mathcal{C} , l'équation :

$$z^2 + z + 1 = 0$$

(b) En déduire l'ensemble des points M du plan confondu avec leur image M' , c'est-à-dire vérifiant $z' = z$.

$$4. \text{ On note } j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

- (a) Déterminer le module et un argument de j puis écrire j sous forme trigonométrique.
 - (b) Déterminer le module et un argument de \bar{j} puis écrire \bar{j} sous forme trigonométrique.
5. On note M_n le point du plan complexe d'affixe z_n défini par $z_n = j^n$ pour tout entier naturel n .
 - (a) Calculer OM_n , que peut-on en déduire quant à la position des points M_n dans le plan complexe ?
 - (b) Démontrer qu'un argument de z_n vaut $\frac{2n\pi}{3}$.
 - (c) Placer à l'aide de la règle non graduée et du compas, les points M_0, M_1, M_2 et M_3 sur une figure.
 - (d) Expliquer où se situe le point M_{2017} dans le plan complexe puis le placer sur votre figure.

INTERROGATION N°3

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1.

10 points

Dans le plan complexe munit du repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point M d'affixe z et le point M' d'affixe z' défini par :

$$z' = \frac{-z^2 - 1}{\sqrt{2}}$$

On dit que M' est l'image du point M.

1. Quel est l'image du point M d'affixe i ?
2. Quels sont les points M dont l'image est l'origine du repère ?
3. (a) Résoudre, dans \mathcal{C} , l'équation :

$$z^2 + \sqrt{2}z + 1 = 0$$

(b) En déduire l'ensemble des points M du plan confondu avec leur image M' , c'est-à-dire vérifiant $z' = z$.

$$4. \text{ On note } k = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

- (a) Déterminer le module et un argument de k puis écrire k sous forme trigonométrique.
 - (b) Déterminer le module et un argument de \bar{k} puis écrire \bar{k} sous forme trigonométrique.
5. On note M_n le point du plan complexe d'affixe z_n défini par $z_n = k^n$ pour tout entier naturel n .
 - (a) Calculer OM_n , que peut-on en déduire quant à la position des points M_n dans le plan complexe ?
 - (b) Démontrer qu'un argument de z_n vaut $\frac{3n\pi}{4}$.
 - (c) Placer à l'aide de la règle non graduée et du compas, les points $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8 .