

Nom :

Prénom :

Classe :

INTERROGATION N°2

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1.

(4 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + n^2 + 1$

- Démontrer, par récurrence, que $u_n \geq n^2$
- Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2$ puis en déduire la limite de la suite (u_n) .

Exercice 2.

(6 points)

On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_0 = 2 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \frac{v_n^2 + 2}{2v_n}$$

- (a) Soit f la fonction définie sur $[\sqrt{2}; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x}$$

Déterminer le tableau de variation de f sur $[\sqrt{2}; +\infty[$.

- (b) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n on a : $\sqrt{2} \leq v_{n+1} \leq v_n$
- (c) En déduire que la suite (v_n) converge vers un nombre réel ℓ .
- (a) Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $x = \frac{x^2 + 2}{2x}$
- (b) Déterminer la limite ℓ de la suite (v_n) .

Nom :

Prénom :

Classe :

INTERROGATION N°2

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1.

(4 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{2n + (-1)^n}{n}$

- Déterminer la limite des suites suivantes :

$$v_n = \frac{2n-1}{n} \quad \text{et} \quad w_n = \frac{2n+1}{n}$$

- En déduire la limite de la suite (u_n) .

Exercice 2.

(6 points)

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_0 = 0 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \frac{2v_n + 3}{v_n + 4}$$

- (a) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$$

Déterminer le tableau de variation de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$.

- (b) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n on a : $0 \leq v_n \leq v_{n+1} \leq 1$.
- (c) En déduire que la suite (v_n) converge vers un nombre réel ℓ .
- (a) Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $x = \frac{2x+3}{x+4}$
- (b) Déterminer la limite ℓ de la suite (v_n) .