Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

INTERROGATION N°1

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (4 points)

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = \frac{n-1}{n^2+1}$$

Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

Exercice 2. (6 points)

Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{1+2u_n}{2+u_n}$ pour tout entier naturel n.

1. Soit $f(x) = \dfrac{1+2x}{2+x}$. Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a $0 \leq u_n < 1$.
3. Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante. Que peut-on en déduire ?

Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

INTERROGATION N°1

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (4 points)

Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a :

$$u_n = \frac{2}{2n+1}$$

2. En déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 2. (6 points)

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \sqrt{v_n+3}$

1. Démontrer, par récurrence, que la suite (v_n) est croissante.
2. Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $0 < v_n < 3$. Que peut-on déduire des deux résultats précédents ?
3. On considère une autre suite (w_n) définie par la relation $w_{n+1} = \sqrt{w_n+3}$ de premier terme inconnue. Déterminer w_0 de telle manière à ce que la suite soit constante.