Table des matières

Dans tout le chapitre, on munit le plan d'un repère orthogonal.

TP d'introduction pour revoir le vocabulaire

Exercice(s) du livre : [Foucher] TP1 p 56 : Etudier une fonction à la calculatrice

I) Quelques fonctions de référence

I.1. Les fonctions affines

Définition 1.

On appelle fonction **affine** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, avec a et b deux nombres réels fixés.
Dans le cas particulier où :

- $b = 0$: on a $f(x) = ax$ et on dit que f est une fonction linéaire
- $a = 0$: on a $f(x) = b$ et on dit que f est une fonction constante

Exemples :

$f : x \mapsto 2x-3$, $g : t \mapsto -2t+1$, $h : x \mapsto \dfrac{2}{5}x$, $k : x \mapsto -4$ ... sont affines (h est linéaire et k constante).

Remarque : La représentation graphique d'une fonction affine est une **droite**. On appelle

- a le **coefficient directeur** de la droite (il donne sa direction)
- b l'**ordonnée à l'origine** (il donne la valeur de l'ordonnée quand $x = 0$ car $f(0) = b$)

Réciproquement, toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées d'un repère (non verticale) est la représentation graphique d'une fonction affine.

Méthodes pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine

- On trouve **deux points** de la droite que l'on relie.
  Pour trouver un point :
  1. On choisit une valeur pour x et on calcule la valeur de $f(x)$ correspondante,
  2. On place alors le point de coordonnées $(x; f(x))$ correspondant dans le repère.

  Pour augmenter la précision, on choisira des valeurs "assez éloignées" pour x.
- On place l'**ordonnée à l'origine** b sur l'axe des ordonnées puis on utilise le **coefficient directeur** pour connaitre la direction de la droite.
  Pour trouver la direction de la droite :
  1. A partir du point $(0; b)$ déjà placé (ou de n'importe quel autre), on avance d'une unité graphique horizontalement
  2. Puis on se déplace verticalement de a unités graphiques (en haut ou en bas suivant le signe de a)
     Si on de déplace de n unités horizontales, on se déplacera alors de $n \times a$ unités verticales
  3. On obtient alors un deuxième point de la droite, et donc sa direction.

  Pour augmenter la précision, avant de tracer la droite, on vérifiera que la direction trouvée est conservée tout le long de la règle.

Exemple :

Tracer les représentations graphiques des fonctions f, g, h et k ci-dessus dans un repère orthonormé.

Remarques :

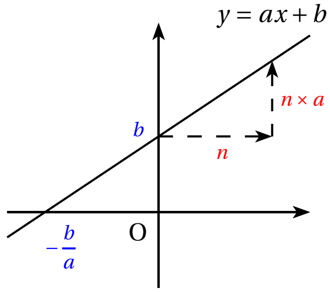
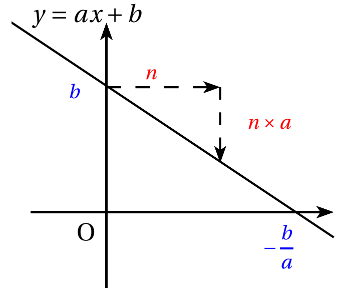
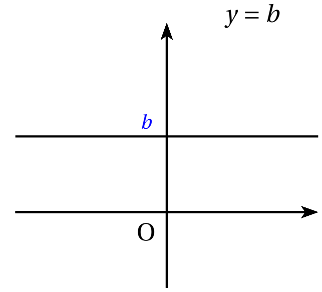
⇝ La direction de la droite est donnée par a. En particulier :

- Si $a > 0$ la droite “monte” : la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
- Si $a < 0$ la droite “descend” : la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
  (Dans tous les cas, la fonction f est monotone sur $\mathbb{R}$)

⇝ La représentation graphique d’une fonction linéaire est une droite qui passe par l’origine du repère.

⇝ Celle d’une fonction constante est une droite parallèle à l’axe des abscisses du repère (horizontale).

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$

	$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
Représentation graphique			
Variations	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{Variation de } f & & & +\infty \\ & & \nearrow & \\ & -\infty & & \end{array}$ f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{Variation de } f & +\infty & & \\ & & \searrow & \\ & & & -\infty \end{array}$ f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{Variation de } f & b & \longrightarrow & b \end{array}$ f est constante sur $\mathbb{R}$
Signe	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -\frac{b}{a} & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -\frac{b}{a} & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & + & 0 & - & \end{array}$	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & \text{Signe de } b & \end{array}$

I.2. Les fonctions polynômes de degré 2

Définition 2.

On appelle fonction **polynôme de degré 2** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + b + c$, avec a, b et c trois nombres réels fixés, et $a \neq 0$.

Exemples :

$f : x \mapsto -3x^2 + 2x + 1$, $g : x \mapsto x^2 + 3$, $h : x \mapsto -x + 2 + x^2$, $k : x \mapsto x^2$, ... sont des fonctions polynômes de degré 2

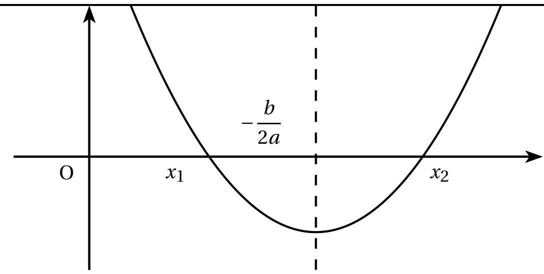
Remarque : La représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 est une **parabole**.

- Son sommet a pour abscisse $-\dfrac{b}{2a}$.
- L'orientation de la parabole est donnée par le signe de a :
  - Si $a > 0$, la parabole est "ouverte vers le haut" :
  - Si $a < 0$, la parabole est "ouverte vers le bas" :
- On note $\Delta = b^2 - 4ac$.
  - Si $\Delta < 0$, la parabole ne coupe pas l'axe des abscisses.
  - Si $\Delta \geq 0$, la parabole coupe l'axe des abscisses en deux points (éventuellement confondus) d'abscisses $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ notées x_1 et x_2 avec $x_1 \leq x_2$

	$a > 0$	$a < 0$

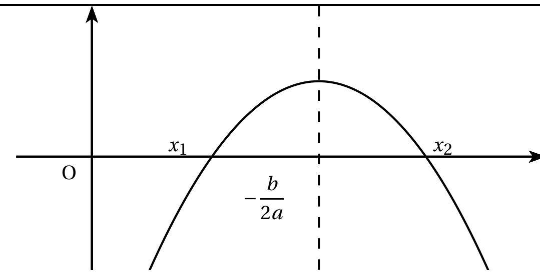
$\Delta > 0$

$a > 0$



x	$-\infty$	x_1	$-\frac{b}{2a}$	x_2	$+\infty$
Variations de f	$+\infty$ ↘	0 ↘	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↗ 0	↗ $+\infty$
Signe de $f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

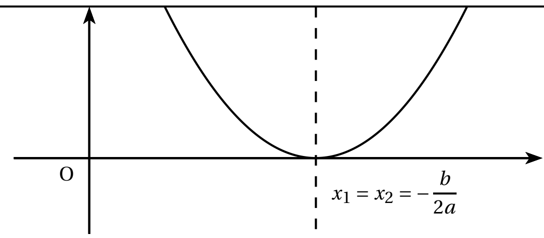
$a < 0$



x	$-\infty$	x_1	$-\frac{b}{2a}$	x_2	$+\infty$
Variations de f	$-\infty$ ↗	0 ↗	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↘ 0	↘ $-\infty$
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

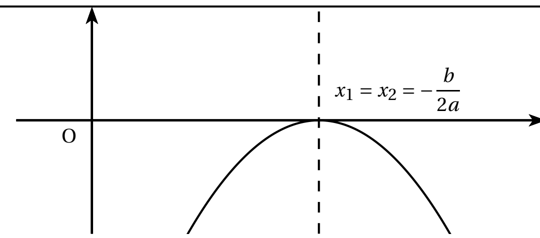
$\Delta = 0$

$a > 0$



x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$
Signe de $f(x)$	$+$	0	$+$

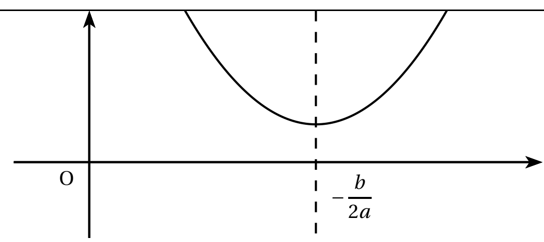
$a < 0$



x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variation de f	$-\infty$ ↗	0	↘ $-\infty$
Signe de $f(x)$	$-$	0	$-$

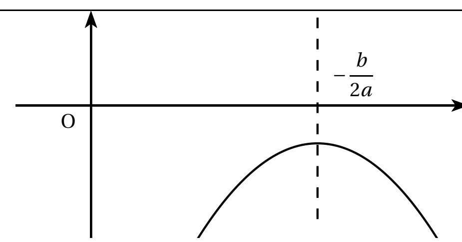
$\Delta < 0$

$a > 0$



x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$ ↘	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↗ $+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	

$a < 0$



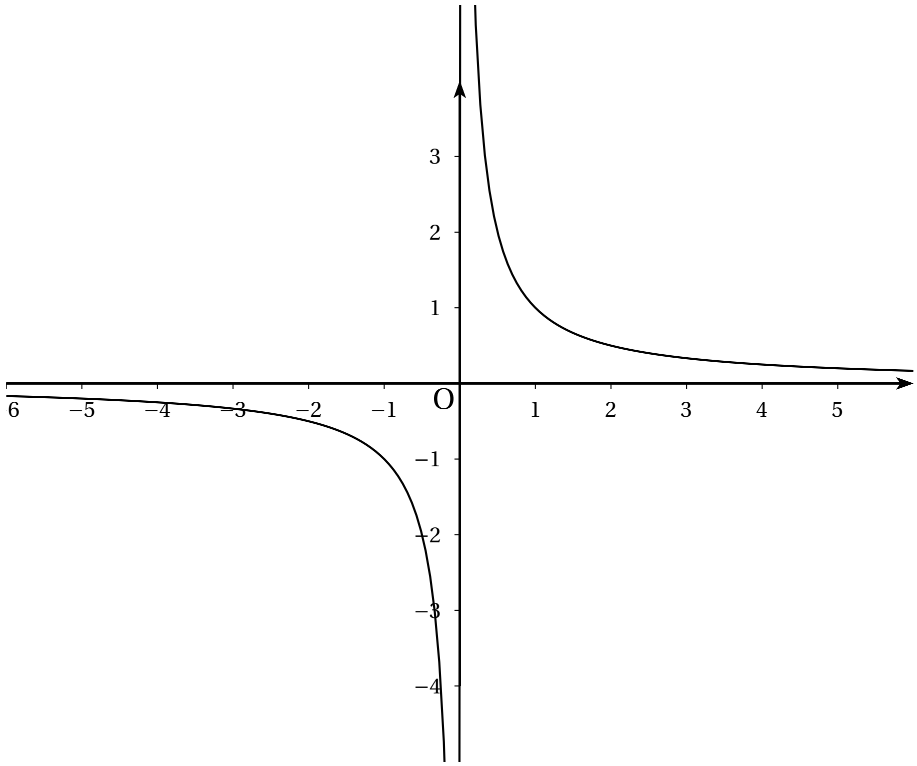
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variation de f	$-\infty$ ↗	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↘ $-\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	

Exercice(s) du livre : [Foucher] TP 6 p 67 : Programmer la résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$
TP 2 p 58 : Utiliser un tableur pour l'étude d'une fonction et la résolution approchée d'une équation

I.3. La fonction inverse

Définition 3.

On appelle fonction **inverse** la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$



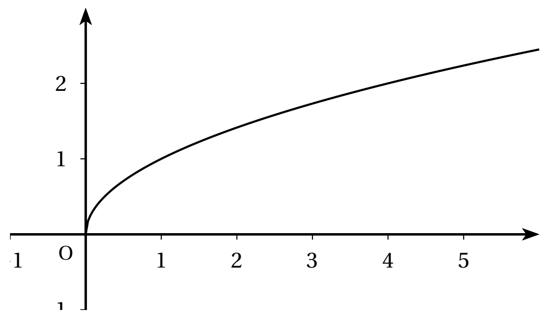
x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f	$0 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow 0$
Signe de $f(x)$	$-$	‖	$+$

Remarque : La représentation graphique de la fonction inverse est une **hyperbole**.

I.4. La fonction racine carrée

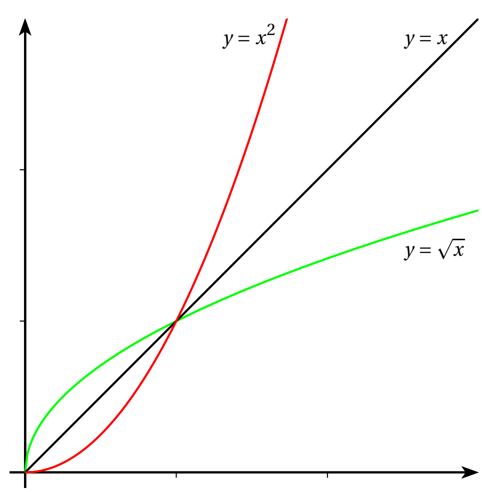
Définition 4.

Pour tout nombre $x \geq 0$, on appelle racine carrée de x, noté $\sqrt{x}$, l'unique nombre positif dont le carré vaut x. Ainsi $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$.
On appelle fonction **racine carrée** la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$



x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Variations de f	$0 \nearrow +\infty$
Signe de $f(x)$	$+$

Remarque : La représentation graphique de la fonction racine carrée est une **demi-parabole** renversée. En effet, $y = \sqrt{x}$ si et seulement si $x = y^2$ et $y \leq 0$. On reconnait l'équation d'une parabole dans un repère où l'axe des ordonnées est l'axe horizontal.
Ainsi, il y a une symétrie des courbes de la fonction carré et de la fonction racine carré par rapport à la droite d'équation $y = x$ sur $[0;+\infty[$



I.5. Les fonctions sinus et cosinus

I.6. La fonction Logarithme Népérien

I.7. La fonction exponentielle

II) TPs : Résoudre de manière approchée une équation

II.1. Balayage

Exercice(s) du livre : [Foucher] **TPs Tableur** TP2 p 586 (Foucher) Utiliser un tableur pour l’étude d’une fonction et la résolution approchée d’une équation
TP4-5 p 63

II.2. Dichotomie

Exercice(s) du livre : [Foucher] **TPs TI** TP7 p 69 (programmer)