

correction du devoir surveillé 2

Exercice 1. *Métropole 2007*

(4 points)

1. (c)
2. (c)
3. (b)
4. (a)

Exercice 2. *Métropole 2007*

(5 points)

Le service comptable d'un magasin réalise une étude sur le fichier des clients qui ont fait des achats le premier samedi du mois de novembre 2006.

Il constate que 15 % des clients ont effectué leurs achats avec une carte de fidélité. Parmi ceux-ci, 80 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

Parmi les clients qui n'ont pas effectué leurs achats avec une carte de fidélité, 60 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

On choisit au hasard une fiche de ce fichier. On admet que toutes les fiches ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements suivants : F : « La fiche choisie indique que le client a effectué ses achats avec une carte de fidélité » ; S : « La fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € ». Pour répondre aux questions suivantes, on pourra construire un arbre.

1. (a) $P(F) = 0,15$
(b) $P_F(S) = 0,80$
2. $F \cap S$: « Le client possède une carte de fidélité et a effectué un achat d'un montant supérieur à 50 €. ». $P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,15 \times 0,80 = 0,12$.
3. $P(S) = 0,12 + P(\overline{F} \cap S) = 0,12 + P(\overline{F}) \times P_{\overline{F}}(S) = 0,12 + 0,85 \times 0,60 = 0,63$
4. Comme $P(S) = 0,63$ et comme $P_F(S) = 0,80$ les deux événements ne sont pas indépendants.

Exercice 3. *Polynésie-2006*

(6 points)

Dans un lycée de 1200 élèves, chaque élève étudie, comme première langue, l'allemand, l'anglais ou l'espagnol. Les élèves sont internes, externes ou demi-pensionnaires. La répartition de l'ensemble des élèves est la suivante :

- > 15 % étudient l'allemand en première langue et, parmi ceux-là, le tiers est demi-pensionnaire ;
- > 75 % étudient l'anglais en première langue et, parmi eux, 16 % sont internes ;
- > parmi les élèves étudiant l'espagnol en première langue, aucun n'est interne et 20 sont externes.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant :

	Nombre d'externes	Nombre de demi-pensionnaires	Nombre d'internes	Total
ALLEMAND	64	60	56	180
ANGLAIS	216	540	144	900
ESPAGNOL	20	100	0	120
Total	300	700	200	1200

2. **Dans cette question et les suivantes, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.** On prend, au hasard, un élève parmi les 1200 élèves du lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

- > A : « l'élève est demi-pensionnaire » ;
- > B : « l'élève apprend l'anglais comme première langue vivante » ;
- > C : « l'élève apprend l'espagnol ou l'allemand comme première langue vivante ».

- (a) On a :

$$P(A) = \frac{700}{1200} = \frac{7}{12} \quad ; \quad P(B) = \frac{900}{1200} = \frac{3}{4} \quad ; \quad P(C) = \frac{300}{1200} = \frac{1}{4}$$

(b) $A \cap B$: « l'élève est demi-pensionnaire et apprend l'anglais en première langue vivante ».

$$P(A \cap B) = \frac{540}{1200} = \frac{54}{120} = \frac{27}{60} = \frac{9}{20}$$

(c) La probabilité de l'événement $A \cup B$ est :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{12} + \frac{3}{4} - \frac{9}{20} = \frac{53}{60}$$

3. On choisit au hasard un élève parmi les externes. Calculer alors la probabilité pour que cet élève apprenne l'espagnol comme première langue vivante.

On cherche donc

$$P_{ext}(Esp) = \frac{20}{300} = \frac{1}{15}$$

4. Sachant qu'un élève choisi apprend l'allemand comme première langue vivante, quelle est la probabilité pour qu'il soit externe ?

On cherche donc

$$P_{Au}(ext) = \frac{64}{180} = \frac{16}{45}$$

Exercice 4. Réunion 2007

(7 points)

Une résidence de vacances propose deux types d'appartements (studio ou duplex) à louer à la semaine. Le locataire peut décider de nettoyer lui-même son appartement ou peut choisir de souscrire à l'une des deux formules d'entretien suivantes :

- > la formule Mini (nettoyage de l'appartement en fin de semaine par le personnel d'entretien) ;
- > la formule Confort (nettoyage quotidien du logement durant la semaine et nettoyage complet en fin de semaine par le personnel d'entretien).

On suppose que chaque locataire ne reste qu'une semaine. Le gestionnaire de la résidence fait une étude sur le fichier de tous les locataires des semaines des mois de juillet et d'août 2006. Il constate dans ce fichier que :

- > 70 % des locataires ont loué un studio ; parmi ceux-ci, 20 % n'ont souscrit à aucune formule d'entretien, 45 % ont souscrit à la formule Mini et les autres ont souscrit à la formule Confort.
- > 55 % des locataires de duplex ont souscrit à la formule Mini.
- > 23 % des locataires n'ont souscrit à aucune formule d'entretien.

On choisit au hasard une fiche d'un locataire de ce fichier. On admet que toutes les fiches ont la même probabilité d'être choisies. On note :

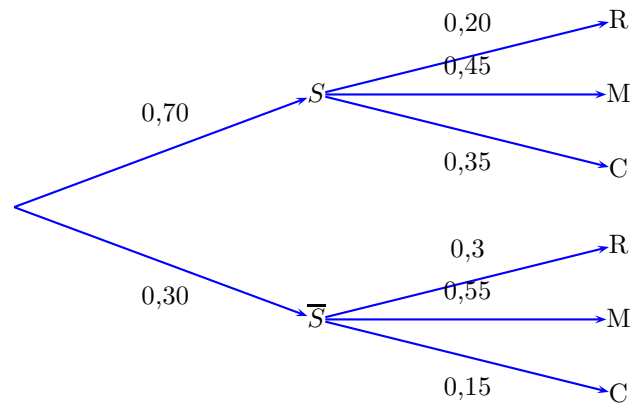
- > S l'évènement « la fiche est celle d'un locataire qui a loué un studio » et son évènement contraire « la fiche est celle d'un locataire qui a loué un duplex » ;
- > M l'évènement « la fiche est celle d'un locataire a souscrit à la formule Mini » ;
- > C l'évènement « la fiche est celle d'un locataire qui a souscrit à la formule Confort » ;
- > R l'évènement « la fiche est celle d'un locataire qui n'a souscrit à aucune formule d'entretien ».

Ainsi, $P(S)$ la probabilité de l'évènement S est égale à 0,70 et $P_S(R)$ la probabilité, sachant que la fiche est celle d'un locataire qui a loué un studio, qu'il n'ait souscrit à aucune formule d'entretien est égale à 0,20.

1. (a) On note $P_S(M)$ la probabilité, sachant S , de l'évènement M .
On note $P_{\bar{S}}(M)$ la probabilité, sachant \bar{S} de l'évènement M .
On a, grâce à l'énoncé $P_S(M) = 0,45$ et $P_{\bar{S}}(M) = 0,55$.

(b) On a $P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 0,30$.

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous avec les probabilités déjà connues.



3. (a) $P(R) = 0,23$.

(b) $P(R \cap S) = 0,70 \times 0,20 = 0,14$.

(c) $P(R \cap \bar{S}) + P(R \cap S) = 0,23 \iff P(R \cap \bar{S}) = 0,23 - 0,14 = 0,09$.

4. On a :

$$P_{\bar{S}}(R) \times 0,30 = 0,09 \iff P_{\bar{S}}(R) = \frac{0,09}{0,30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

la probabilité, sachant que la fiche est celle d'un locataire qui a loué un duplex, qu'il n'ait souscrit à aucune formule d'entretien.