Correction de l'interrogation n°7

Exercice 1. (6 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes (on écrira l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle) :

1. $x-2 \geq 0 \iff x \geq 2 \iff \mathscr{S} = [2;+\infty[$
2. $2x+5 > \frac{1}{2} \iff 2x > \frac{1}{2} - 5 \iff 2x > -\frac{9}{2} \iff x > -\frac{9}{4} \iff \mathscr{S} = \left]-\frac{9}{4};+\infty\right[$
3. $\frac{1-3x}{4} \leq 0 \iff 1-3x \leq 0 \iff -3x \leq -1 \iff x \geq \frac{1}{3}$. Par conséquent :
$$\mathscr{S} = \left[\frac{1}{3};+\infty\right[$$
4. $3x-3 < 5-2x \iff 5x < 8 \iff x < \frac{8}{5} \iff \mathscr{S} = \left]-\infty;\frac{8}{5}\right[$
5. $2(x-8) \geq 8-3x \iff 2x-16+3x \geq 8 \iff 5x \geq 24 \iff x \geq \frac{24}{5}$. Par conséquent :
$$\mathscr{S} = \left[\frac{24}{5};+\infty\right[$$
6. $\frac{x-2}{3} - \frac{1-x}{2} \geq 0 \iff \frac{2x-4}{6} - \frac{3-3x}{6} \geq 0 \iff \frac{2x-4-3+3x}{6} \geq 0 \iff 5x-7 \geq 0 \iff x \geq \frac{7}{5}$. Par conséquent
$$\mathscr{S} = \left[\frac{7}{5};+\infty\right[$$

Exercice 2. (4 points)

1. On note $f(x) = x^2+2x-3$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
   (a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $(x+3)(x-1) = x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$
   (b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
   $$(x+1)^2 - 4 = x^2 + 2x + 1 - 4 = x^2 + 2x - 3$$
2. Résoudre chacune des inéquations suivantes en choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adpatée :
   (a) $f(x) > x^2 - 1 \iff x^2+2x-3 > x^2-1 \iff 2x-3 > -1 \iff 2x > 2 \iff x > 1 \iff \mathscr{S} =]1;+\infty[$
   (b) $f(x) \leq -4 \iff (x+1)^2 - 4 \leq -4 \iff (x+1)^2 \leq 0 \iff (x+1)^2 = 0 \iff x = -1 \iff \mathscr{S} = \{-1\}$

Correction de l'interrogation n°7

Exercice 1. (6 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes (on écrira l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle) :

1. $x-2 \leq 0 \iff x \leq 2 \iff \mathscr{S} =]-\infty;2]$
2. $2x-5 > \dfrac{1}{3} \iff 2x > \dfrac{1}{3}+5 \iff 2x > \dfrac{16}{3} \iff x > \dfrac{16}{6} = \dfrac{8}{3} \iff \mathscr{S} = \left]\dfrac{8}{3};+\infty\right[$
3. $\dfrac{1-3x}{5} \geq 0 \iff 1-3x \geq 0 \iff -3x \geq -1 \iff x \leq \dfrac{1}{3}$. Par conséquent :
$$\mathscr{S} = \left]-\infty;\frac{1}{3}\right]$$
4. $3x-1 < 5+2x \iff x < 6 \iff \mathscr{S} =]-\infty;6[$
5. $2(2x-4) \geq 8-4x \iff 4x-8+4x \geq 8 \iff 8x \geq 16 \iff x \geq 2$. Par conséquent :
$$\mathscr{S} = [2;+\infty[$$
6. $\dfrac{x-1}{3} - \dfrac{2-x}{2} \leq 0 \iff \dfrac{2x-2}{6} - \dfrac{6-3x}{6} \leq 0 \iff \dfrac{2x-2-6+3x}{6} \leq 0 \iff 5x-8 \leq 0 \iff x \leq \dfrac{8}{5}$. Par conséquent
$$\mathscr{S} = \left]-\infty;\frac{8}{5}\right]$$

Exercice 2. (4 points)

1. On note $f(x) = x^2+4x-10$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
   (a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $(x+5)(x-2) = x^2-2x+5x-10 = x^2+3x-10$
   (b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} = x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{49}{4} = x^2+3x-\frac{40}{4} = x^2+3x-10$$
2. Résoudre chacune des inéquations suivantes en choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adpatée :
   (a) $f(x) > x^2-1 \iff x^2+3x-10 > x^2-1 \iff 3x-10 > -1 \iff 3x > 9 \iff x > 3 \iff \mathscr{S} =]3;+\infty[$
   (b) $f(x) \leq -\dfrac{49}{4} \iff \left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{49}{4} \leq -\dfrac{49}{4} \iff \left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2 \leq 0 \iff x+\dfrac{3}{2} = 0 \iff x = -\dfrac{3}{\text{é}} \iff \mathscr{S} = \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$