Correction de l'interrogation n°6

<u>Exercice</u> 1. (3 points)

Soit n un entier naturel.

1. $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$
2. Tout nombre impair s'écrit sous la forme $2n+1$ où n est un entier, par conséquent d'après la question précédente tout nombre impair est une différence de deux carrés consécutifs, en l'occurence $(n+1)^2$ et n^2 .
3. Comme $597 = 2 \times 298 + 1$ alors $597 = 299^2 - 298^2$.

<u>Exercice</u> 2. (6 points)

Résoudre les équations suivantes :

1.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = 3x + 5 \\
\iff \quad & \frac{1}{2}x - 3x = \frac{1}{4} + 5 \\
\iff \quad & \frac{1-6}{2}x = \frac{1+20}{4} \\
\iff \quad & -\frac{5}{2}x = \frac{21}{4} \\
\iff \quad & x = -\frac{21}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{21}{10}
\end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \left\{ \frac{21}{10} \right\}$$

2.

$$\begin{aligned}
& x^2 + 4x + 4 = 0 \\
\iff \quad & (x+2)^2 = 0 \\
\iff \quad & x + 2 = 0 \\
\iff \quad & x = -2
\end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \{-2\}$$

3. Cette équation n'est pas définie si $2 - x = 0 \iff x = 2$. Par conséquent pour tout $x \neq 2$ on a :

$$\begin{aligned}
& \frac{4-x^2}{2-x} = 0 \\
\iff \quad & 4 - x^2 = 0 \\
\iff \quad & x^2 = 4 \\
\iff \quad & x = 2 \text{ ou } \quad x = -2
\end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \{-2\}$$

4.

$$\begin{aligned}
& x(x-2) = x^2 + 18x - 5 \\
\iff \quad & x^2 - 2x = x^2 + 18x - 5 \\
\iff \quad & -2x - 18x = -5 \\
\iff \quad & -20x = -5 \\
\iff \quad & x = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

<u>Exercice</u> 3. (3 points)

On considère deux nombres réels x et y tels que :

$$4 \leq x < 9 \qquad \text{et} \qquad 0 < y \leq 3$$

1. On a
$$4 \leq x < 9 \Longleftrightarrow 12 \leq 3x < 27$$
puis
$$0 < y \leq 3 \Longleftrightarrow 0 > -4y \geq -12 \Longleftrightarrow -12 \leq -4y < 0$$
.
2. Et donc
$$12 - 12 \leq 3x - 4y < 27 + 0 \Longleftrightarrow 0 \leq 3x - 4y < 27$$
.

Correction de l'interrogation n°6

Exercice 1. (3 points)

Soit p un nombre premier supérieur ou égal à 3.

On pose : $a = \dfrac{p+1}{2}$ et $b = \dfrac{p-1}{2}$

1. Comeme p est un nombre premier supérieur ou égal à 3, alors p est un nombre impair. Par conséquent $p+1$ et $p-1$ sont des nombres pairs, ils sont divisibles par 2 et donc a et b sont des entiers.
2. $a^2 - b^2 = \left(\dfrac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{p-1}{2}\right)^2 = \dfrac{p^2+2p+1}{4} - \dfrac{p^2-2p+1}{4} = \dfrac{p^2+2p+1-p^2+2p-1}{4} = \dfrac{4p}{4} = p.$
3. Application : $a = \dfrac{31+1}{2} = 16$ et $b = \dfrac{31-1}{2} = 15$, par conséquent

$$31 = 16^2 - 15^2$$

Exercice 2. (6 points)

Résoudre les équations suivantes :

1.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = 3x+5 \\ \iff & \frac{1}{3}x - 3x = -\frac{1}{4} + 5 \\ \iff & \frac{1-9}{2}x = \frac{-1+20}{4} \\ \iff & -4x = \frac{19}{4} \\ \iff & x = -\frac{19}{16} \end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{19}{16}\right\}$$

2.

$$\begin{aligned} & x^2 - 4x + 4 = 0 \\ \iff & (x-2)^2 = 0 \\ \iff & x-2 = 0 \\ \iff & x = +2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \{2\}$$

3. Cette équation n'est pas définie si $4 - x = 0 \iff x = 4$. Par conséquent pour tout $x \neq 4$ on a :

$$\begin{aligned} & \frac{16-x^2}{4-x} = 0 \\ \iff & 16 - x^2 = 0 \\ \iff & x^2 = 16 \\ \iff & x = 4 \text{ ou } \quad x = -4 \end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \{-4\}$$

4.

$$\begin{aligned} & x(x-6) = x^2 + 18x - 5 \\ \iff & x^2 - 6x = x^2 + 18x - 5 \\ \iff & -6x - 18x = -5 \\ \iff & -24x = -5 \\ \iff & x = \frac{5}{24} \end{aligned}$$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{5}{24}\right\}$$

<u>Exercice</u> 3. (3 points)

On considère deux nombres réels x et y tels que :

$$1 \leq x < 5 \qquad \text{et} \qquad 2 < y \leq 7$$

1. On a

   $$1 \leq x < 5 \Longleftrightarrow 3 \leq 3x < 15$$

   puis

   $$2 < y \leq 7 \Longleftrightarrow -8 > -4y \geq -28 \Longleftrightarrow -28 \leq -4y < -8$$

   .
2. Et donc

   $$3 - 28 \leq 3x - 4y < 7 - 8 \Longleftrightarrow -25 \leq 3x - 4y < -1$$

   .