

Exercice 1.

(4 points)

1. $2n$ est un nombre pair puisque c'est un multiple de 2.
2. $2n + 1$ est un nombre impair puisqu'on ajoute 1 à un nombre pair.
3. $6n = 2 \times 3n$ est un nombre pair puisque c'est un multiple de 2.
4. $6n + 3 = 6n + 2 + 1 = 2(3n + 1) + 1$ est un nombre impair puisqu'on ajoute 1 à un nombre pair.

Exercice 2.

(6 points)

Résoudre les équations suivantes :

1.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} &= 3x + 5 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 3x &= \frac{1}{4} + 5 \\ \Leftrightarrow \frac{1-6}{2}x &= \frac{1+20}{4} \\ \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x &= \frac{21}{4} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{21}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{21}{10} \\ \mathcal{S} &= \left\{ \frac{21}{10} \right\} \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x+2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \\ \mathcal{S} &= \{-2\} \end{aligned}$$

3. Cette équation n'est pas définie si $4 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$. Par conséquent pour tout $x \neq -\frac{3}{4}$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{5-x}{4+3x} &= 1 \\ \Leftrightarrow 5-x &= 4+3x \\ \Leftrightarrow -x-3x &= 4-5 \\ \Leftrightarrow -4x &= -1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{4} \\ \mathcal{S} &= \left\{ \frac{1}{4} \right\} \end{aligned}$$

4. Cette équation n'est pas définie si $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Par conséquent pour tout $x \neq 2$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{4-x^2}{2-x} &= 0 \\ \Leftrightarrow 4-x^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \text{ ou } x = -2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{-2\}$$

5.

$$\begin{aligned} & x(x-2) = x^2 + 18x - 5 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 2x = x^2 + 18x - 5 \\ \Leftrightarrow & -2x - 18x = -5 \\ \Leftrightarrow & -20x = -5 \\ \Leftrightarrow & x = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

6.

$$\begin{aligned} & (x-4)^2 = 16 \\ \Leftrightarrow & x-4 = 4 \quad \text{ou} \quad x-4 = -4 \\ \Leftrightarrow & x = 8 \quad \text{ou} \quad x = 0 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{8; 0\}$$

Exercice 1.

(4 points)

1. $4n = 2 \times 2n$ est un nombre pair puisque c'est un multiple de 2.
2. $4n + 1$ est un nombre impair puisqu'on ajoute 1 à un nombre pair.
3. $8n + 1 = 2 \times 4n + 1$ est un nombre impair puisqu'on ajoute 1 à un nombre pair.
4. $6n = 2 \times 3n$ est un nombre pair puisque c'est un multiple de 2.

Exercice 2.

(6 points)

Résoudre les équations suivantes :

1.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} &= 3x + 5 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - 3x &= -\frac{1}{4} + 5 \\ \Leftrightarrow \frac{1-9}{2}x &= \frac{-1+20}{4} \\ \Leftrightarrow -4x &= \frac{19}{4} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{19}{16} \\ \mathcal{S} &= \left\{ -\frac{19}{16} \right\} \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= +2 \\ \mathcal{S} &= \{2\} \end{aligned}$$

3. Cette équation n'est pas définie si $4 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$. Par conséquent pour tout $x \neq \frac{3}{4}$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{5-x}{4-3x} &= 1 \\ \Leftrightarrow 5-x &= 4-3x \\ \Leftrightarrow -x+3x &= 4-5 \\ \Leftrightarrow 2x &= -1 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{2} \\ \mathcal{S} &= \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \end{aligned}$$

4. Cette équation n'est pas définie si $4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4$. Par conséquent pour tout $x \neq 4$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{16-x^2}{4-x} &= 0 \\ \Leftrightarrow 16-x^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 16 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \text{ ou } x = -4 \\ \mathcal{S} &= \{-4\} \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x(x - 6) &= x^2 + 18x - 5 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x &= x^2 + 18x - 5 \\ \Leftrightarrow -6x - 18x &= -5 \\ \Leftrightarrow -24x &= -5 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{5}{24}\end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{5}{24} \right\}$$

6. Un carré ne pouvant être négatif, l'équation $(x - 4)^2 = -16$ n'admet pas de solution

$$\mathcal{S} = \{ \} = \emptyset$$