Correction de l'interrogation n°15

<u>Exercice</u> 1. (4 points)

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 1 \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

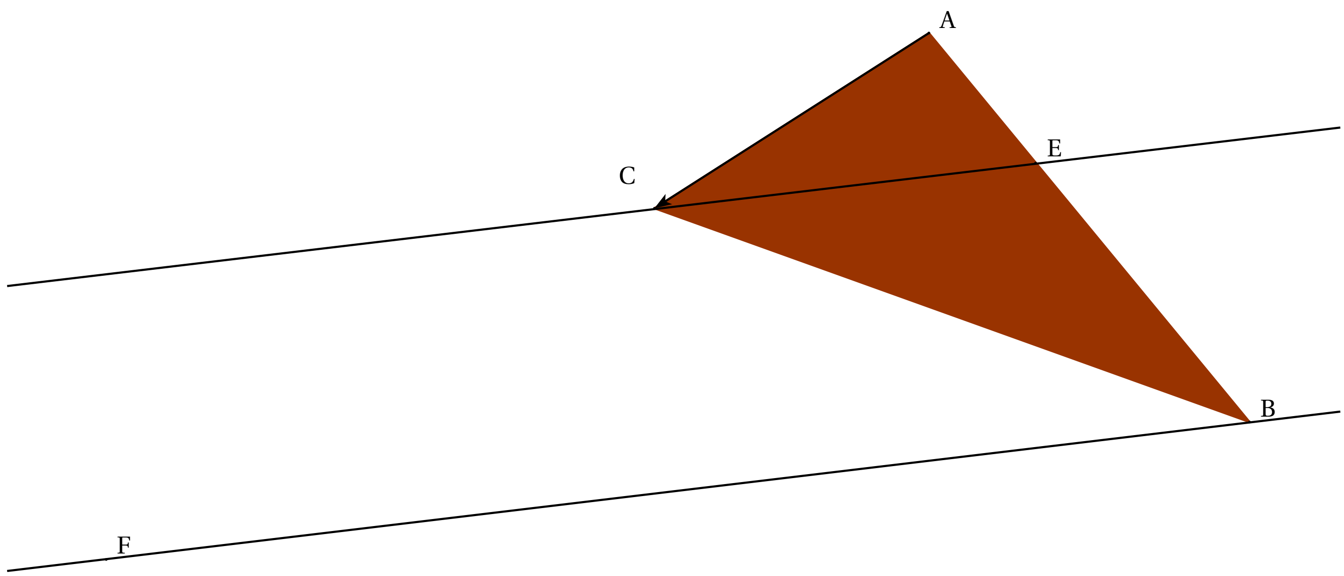
1. L'expression de $f(x)$ ne comporte ni racine carrée ni quotient, par conséquent f est définie sur $\mathbb{R}$.
   g est définie pour tout x tel que $x-1 \neq 0 \Longleftrightarrow x \neq 1$, par conséquent g est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$
2. $$\boxed{f(1) = 1 - 3 - 1 = -3}$$
   $$\boxed{g(-2) = \frac{-2+2}{-2-1} = 0}$$
   $$\boxed{f(-1) = -1 - 3 - 1 = -5}$$
3. On cherche les réels x tels que
   $$\begin{aligned} & f(x) = -1 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^3 - 3x^2 - 1 = -1 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^3 - 3x^2 = 0 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2(x-3) = 0 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad x - 3 = 0 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 0 \qquad \text{ou} \qquad x = 3 \end{aligned}$$
   Ainsi -1 admet deux antécédents 0 et 3 par f.
4. On cherche les réels différents de 1 tels que :
   $$g(x) = 0 \Longleftrightarrow x + 2 = 0 \Longleftrightarrow x = -2$$
   0 admet un unique antécédent par g, -2.

Exercice 2. (6 points)

Soit ABC un triangle.

1.

2.



3.

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

4. On a $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC} \iff \overrightarrow{CA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FA}$, par conséquent :

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$$

5. Les vecteurs $\overrightarrow{FB}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont donc colinéaires, par conséquent les droites (CE) et (FB) sont parallèles.

Correction de l'interrogation n°15

Exercice 1. (4 points)

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 2 \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

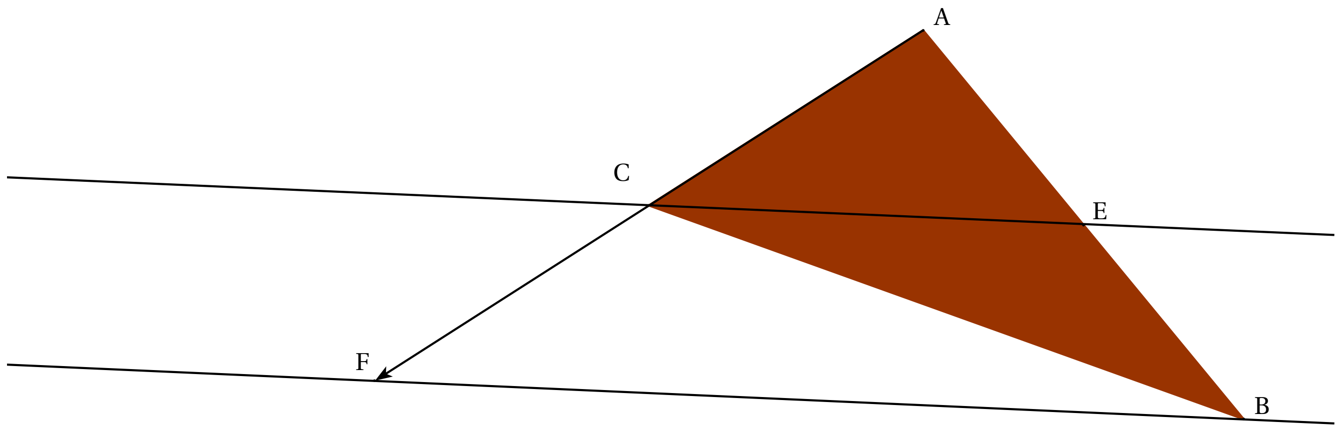
1. L'expression de $f(x)$ ne comporte ni racine carrée ni quotient, par conséquent f est définie sur $\mathbb{R}$.
   g est définie pour tout x tel que $x+2 \neq 0 \Longleftrightarrow x \neq -2$, par conséquent g est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$
2. $$\boxed{f(1) = 1 - 2 - 2 = -3}$$
   $$\boxed{g(1) = \frac{1-1}{1+2} = 0}$$
   $$\boxed{f(-1) = -1 - 2 - 2 = -5}$$
3. On cherche les réels x tels que
   $$\begin{aligned} & f(x) = -2 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^3 - 2x^2 - 2 = -2 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^3 - 2x^2 = 0 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2(x-2) = 0 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad x - 2 = 0 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 0 \qquad \text{ou} \qquad x = 2 \end{aligned}$$
   Ainsi -2 admet deux antécédents 0 et 2 par f.
4. On cherche les réels différents de -2 tels que :
   $$g(x) = 0 \Longleftrightarrow x - 1 = 0 \Longleftrightarrow x = 1$$
   0 admet un unique antécédent par g, 1.

Exercice 2. (6 points)

Soit ABC un triangle.

1.

2.



3.

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

4. On a $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC} \iff \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FA}$, par conséquent :

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{FB}$$

5. Les vecteurs $\overrightarrow{FB}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont donc colinéaires, par conséquent les droites (CE) et (FB) sont parallèles.