Correction de l'interrogation n°11

Exercice 1. (5 points)
On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		-6		-1		3		$+\infty$
f		$\searrow$	-4	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	

1. Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est-4 et il est atteint en -6.
2. Le maximum de f sur $[-6;3]$ est 2 et il est atteint en -1.
3. Par lecture du tableau de variation on a :
$$0 < f(0) < 2$$
$$0 < f(2,5) < 2$$
$$-4 < f(-3,4) < 2$$
4. Si $x \in [-6;3]$, alors $-4 \leq f(x) \leq 2$.
5. L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans l'intervalle $[-6;3]$, une dans l'intervalle $[-6;-1]$ et l'autre pour $x = 3$.

Exercice 2. (5 points)
On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

1. L'expression de l'image $f(x)$ ne comportant ni racine, ni quotient $D_f = \mathbb{R}$
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a
$$(x-1)^2 - 4 = x^2 - 2x + 1 - 4 = x^2 - 2x - 3 = f(x)$$
3. Montrons que f admet -4 pour minimum atteint en 1.
On a d'abord $f(1) = (1-1)^2 - 4 = 0 - 4 = -4$
De plus, un carré étant toujours positif ou nul on a, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$$(x-1)^2 \geq 0 \iff (x-1)^2 - 4 \geq -4 \iff f(x) \geq -4$$
On vient de démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
$$f(x) \geq -4 = f(1)$$
Par conséquent f admet -4 comme minimum atteint pour $x = 1$.
4. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a
$$(x-3)(x+1) = x^2 + x - 3x - 3 = x^2 - 2x - 3 = f(x)$$
5. $f(x) = 0 \iff (x-3)(x+1) = 0 \iff x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0 \iff x = 3 \quad \text{ou} x = -1$
Ainsi l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions et donc :
$$\mathscr{S} = \{-1; 3\}$$

Correction de l'interrogation n°11

Exercice 1. (5 points)
On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		-6		-1		3		$+\infty$
f		$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	

1. Le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est 4 atteint pour $x = -6$.
2. Le minimum de f sur $[-6; 3]$ est 1 atteint pour $x = -1$
3. Par lecture du tableau de variation on a
$$1 < f(0) < 3$$
$$1 < f(2,5) < 3$$
$$1 < f(-3,4) < 4$$
4. Si $x \in [-6; 3]$, alors $1 \leq f(x) \leq 4$.
5. L'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution dans l'intervalle $[-6; 3]$ étant donné que le minimum de f est 1 sur cet intervalle.

Exercice 2. (5 points)
On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

1. L'expression de l'image $f(x)$ ne comportant ni racine, ni quotient $D_f = \mathbb{R}$
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a
$$(x-1)^2 - 9 = x^2 - 2x + 1 - 9 = x^2 - 2x - 8 = f(x)$$
3. Montrons que f admet -9 pour minimum atteint en 1.
On a d'abord $f(1) = (1-1)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$
De plus, un carré étant toujours positif ou nul on a, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$$(x-1)^2 \geq 0 \iff (x-1)^2 - 9 \geq -9 \iff f(x) \geq -9$$
On vient de démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
$$f(x) \geq -9 = f(1)$$
Par conséquent f admet -9 comme minimum atteint pour $x = 1$.
4. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a
$$(x-4)(x+2) = x^2 + 2x - 4x - 8 = x^2 - 2x - 8 = f(x)$$
5. $f(x) = 0 \iff (x-4)(x+2) = 0 \iff x - 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0 \iff x = 4 \quad \text{ou} x = -2$
Ainsi l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions et donc :
$$\mathscr{S} = \{-2; 4\}$$