MODULE 2 - RACINE CARRÉE

Exercice 1 :

Démontrer que pour tous nombres a et b, on a : $(a+b\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = (a+2b)+(a+b)\sqrt{2}$

Définition 1 : *Racine carrée*

Si a est un nombre positif alors $\sqrt{a}$ est .... nombre .... dont le carré vaut ....

Conséquence : Dès que l'on voit le nombre $\sqrt{a}$, on doit supposer ....

Exemples :

$\sqrt{49} = \ldots\ldots$; $\sqrt{-16} = \ldots\ldots$; $\sqrt{(-3)^2} = \ldots\ldots$; $\sqrt{(2-\Pi)^2} = \ldots\ldots$

Remarque : $\sqrt{a^2} = \pm a$ suivant le signe de a. On appelle ce nombre « valeur absolue » de a et on le note $|a|$

Remarque : Le symbole utilisé pour écrire les racines peut faire penser à un V, mais c'est un R stylisé. Mais pas le R de racine, celui de « radicaux ». En effet pour parler des racines carrés, on peut aussi employer le mot « radicaux ».

Propriété 1 :

Si a et b sont des nombres positifs et n un entier relatif, alors on a :

$$\sqrt{ab} = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad ; \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \ldots\ldots \text{ si } b \neq 0$$

Attention !

En général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$. Par exemple $\sqrt{9+16} = \ldots\ldots$ et $\sqrt{9}+\sqrt{16} = \ldots\ldots$

Exercice 2 :

Calculer et mettre sous la forme la plus simple possible :

$$\sqrt{2}\times\sqrt{18} \ ; \ \sqrt{25\times 49} \ ; \ \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} \ ; \ \sqrt{\frac{36}{49}} \ ; \ \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \ ; \ \sqrt{11^2} \ ; \ \sqrt{72}+\sqrt{32}-6\sqrt{8} \ ; \ \frac{3\sqrt{5}}{2}\times\sqrt{\frac{12}{15}}$$

Une technique particulière permettant d'éliminer les radicaux du dénominateur :

Exercice 3 :

Écrire $\sqrt{\frac{3}{2}}$, $\frac{2}{1+\sqrt{5}}$, puis $\frac{1}{1-\sqrt{5}}$ [a] sous la forme d'une fraction sans racine au dénominateur.

Prolongement : On écrira un algorithme permettant de supprimer le radical d'une fraction de la forme $\frac{a}{b+c\sqrt{d}}$

a. On multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué du nombre au dénominateur en utilisant les identités remarquables

Exercice 4 :

Simplifier l'écriture des nombres suivants : $A = 1+\frac{2}{1+\sqrt{3}}$ $\quad B = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\sqrt{3}}}$

Application :

Un triangle rectangle isocèle a son hypoténuse qui mesure 10 cm. Déterminer la longueur des deux autres côtés.