

MODULE 3 - PUISSANCE

Exercice 1 :

On considère le nombre suivant :

$$x = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^{n+1} - 4^n)^3}$$

1. Calculer x lorsque $n = 0$; $n = 1$; $n = 2$ et $n = 3$. Que constate-t-on ?
2. Justifier la constatation précédente en simplifiant x .



Définition 1 : Puissances

Soit a un nombre et n un nombre entier positif.

- Si $n \geq 1$, alors $a^n = \underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\dots \text{fois}}$ En particulier $a^1 = \dots\dots$

- Si $n = 0$ et $a \neq 0$ alors $a^0 = \dots\dots$

Si de plus $a \neq 0$, on définit le nombre a^{-n} comme $\dots\dots\dots$ du nombre a^n : $a^{-n} = \dots\dots$

Exemples :

$$(-1,5)^3 = -3,375 \quad ; \quad 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625} \quad ; \quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

Attention !

Ne pas confondre $(-a)^n$, $-a^n$, $-a^{-n}$ et $(-a)^{-n}$

$$(-2)^4 = \dots\dots \quad ; \quad -2^4 = \dots\dots \quad ; \quad -2^{-4} = \dots\dots \quad \text{et} \quad (-2)^{-4} = \dots\dots$$

Propriété 1 :

Quels que soient les réels a et b , et les entiers relatifs n et m , on a les égalités suivantes (si elles sont définies) :

$$a^n \times a^m = \dots\dots\dots \quad ; \quad (a^n)^m = \dots\dots\dots \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = \dots\dots\dots$$

$$(ab)^n = \dots\dots\dots \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots\dots\dots$$

Exercice 2 :

Simplifier au maximum : $(3^7 \times 2^{-6})^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$ $\frac{4^{-2}}{4 \times 49^{-3}} \times \left(-\frac{4}{7}\right)^5$ $\frac{4^{n+1}}{4^n}$ où n désigne un entier

Exercice 3 :

Quelle est la somme des chiffres du nombre $N = 10^{2011} - 2011$?

Exercice 4 :

Le but de cet exercice est de calculer le nombre suivant : $x = 838756834702 - 83875683469 \times 83875683471$

1. Que donne ce calcul avec la calculatrice ?
2. On pose $a = 83875683470$. Exprimer x en fonction de a , puis en simplifiant déterminer x .

Application : Algorithme de dichotomie

Ecrire un algorithme permettant de déterminer à 10^{-2} près le nombre dont le cube vaut 7