

# Dispositif 22 mai - 22 juin

## Projet de Mathématiques Feuille 2 d'exercices pour la série S

Semaine 2 : QCM D p 26-184-185-232 et R p 186 et 289

Conseils à lire en cas de besoin : D p 296 - T p 329 TICE : D p 102 n°74

### Factorisation et identités remarquables :

1. Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (3n - 1)(n + 1) + 5(n + 1) \quad B = 3(a - 2)(2a + 1) - (a - 2) \quad C = 9b^2 - 4$$

$$D = 49 - 25b^4 \quad E = (3 - 2y)^2 - (7 + 3y)(3 - 2y) \quad F = x^2 - 4x + 4$$

$$G = 9 - 6x + x^2 \quad H = (3m - 2)^2 - 1 \quad I = (2m - 1)^2 - (5m + 2)^2$$

2. En déduire la simplification des fractions suivantes :

$$J = \frac{F}{x - 1} \quad K = \frac{(3b - 4)(7 - 5b^2)}{D}$$

3. Démontrer que  $L = M$ , Pour tout  $n$  différent de 0 ou -1 :  $L = \frac{1}{n(n+1)}$  et  $M = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ .

Utiliser l'égalité montrée pour calculer  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$

### Priorité de calcul :

1. Décrire l'enchaînement de calculs permettant de passer de la variable à l'expression donnée :

$$-(n + 5)^2 - 1 \quad 4 - m^2 \quad -2(k - 1)^2 + 3 \quad -2 \frac{3p + 7}{4} + 3$$

2. Écrire sur une ligne comme sur une calculatrice chacune des expressions :

$$-a^2 + 5a(-3a - 1) \quad \frac{x + 4}{3x} - \frac{2 + 3x}{x - 1} \quad \frac{3n^2}{4} - (-n + 2) \frac{3 - n}{4}$$

### Résolution d'équations : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a.  $3x - 6 = 0$

j.  $(5x - 1)(x + 2) = (x + 2)(1 - x)$

o.  $n^2 = \frac{3}{4}$

b.  $5n + 10 = 4n + 3$

c.  $6(a + 3) - 3(a - 1) = 4$

k.  $(2x + 1)(2 - x) = (2x + 1)^2$

p.  $2p^2 = 0$

d.  $-\frac{5x}{4} = 0$

l.  $\frac{4n + 1}{n - 1} = 3$

q.  $k^2 + 9 = 0$

e.  $-\frac{2z}{5} + \frac{4}{3} = 0$

m.  $5 = \frac{7 + 2x}{3 - x}$

r.  $-x^2 + 1 = 0$

f.  $4x^2 - 3x = 0$

n.  $x^2 = \frac{4}{9}$

s.  $(a - 1)^2 = 16$

g.  $5n^2 = n$

t.  $(a - 1)^2 = -16$

h.  $2y^2 - y + 1 = y + 1$

u.  $(5x - 1)(3 + x) = 5x^2 + 3$

i.  $(3x - 1)(1 + 2x) = 0$

v.  $\frac{2x + 4}{3x} = \frac{2 + 2x}{3x - 1}$

### Choisir la meilleure expression :

1. Pour tout réel  $x$ , on pose  $f(x) = (x + 3)^2 - 25$ .

a. Prouver que  $f(x) = x^2 + 6x - 16$

b. Prouver que  $f(x) = (x - 2)(x + 8)$

c. Choisir parmi ces trois formes, celle qui est la mieux adaptée pour résoudre les équations suivantes et les résoudre :  $f(x) = 0$        $f(x) = 11$        $f(x) = -16$

2. Démontrer l'égalité :  $x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$ . Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  
 $x^2 + 6x + 5 = 0$

+ p 114 n°62

### Résolution d'inéquations :

1. On cherche l'ensemble des  $x$  tels que  $1 < 3x - 8 < 4$ .

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  chacune des inéquations  $1 < 3x - 8$  et  $3x - 8 < 4$ . Représenter les solutions sur une même droite graduée. Conclure.

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$8x + 3 < 10x - 1 \quad -3x + 1 \geq 2x + 4 \quad \frac{3}{4} - \frac{x}{2} > x - \frac{1}{2} \quad \frac{3+n}{4} \leq \frac{n-1}{2}$$

$$(2x-3)(2-x) < 0 \quad (3x-1)(1+2x)(5x^2+1) > 0 \quad \frac{2x-3}{2-x} \geq 0 \quad \frac{(x+1)(x-1)}{3x} \geq 0$$

$$\frac{2x-1}{x+4} < \frac{-2}{x+4} \quad \frac{\frac{1}{2}x-1}{x} > 0 \quad (x+2)^2 > 0 \quad (x+2)^2 \leq 0 \quad (x+2)^2 < 0$$

$$(x+2)^2 \geq 0 \quad 4x^2 > 1$$

3. Etudier le signe des expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{x} - 3 \quad g(x) = \frac{-3(2-x)}{5x-3} \quad h(x) = 27 - 3x^2$$

4. On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (x-4)(-3x-5) + x^2 - 16 \quad \text{et} \quad g(x) = (4x-3)^2 - (2x-4)^2$$

Factoriser  $f(x)$ ,  $g(x)$  puis  $f(x) - g(x)$

A l'aide d'un tableau de signes déterminer les solutions de chaque inéquation :

$$f(x) > 0 \quad g(x) \leq 0 \quad f(x) \leq g(x)$$

### Résolutions de systèmes

1. Trouver le nombre de solutions des systèmes suivants, puis les résoudre :

$$\begin{cases} a + 3b = 5 \\ 2a - 5b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - b = 9 \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 5u + 2v = 1 \\ -10u - 4v = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 5u + 2v = 1 \\ -10u - 4v = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = m - 1 \\ n = -\frac{1}{2}m + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 5y - 5 = x \\ -4x - 5y = 2 + y \end{cases}$$

2. Résoudre les systèmes :

$$\begin{cases} 8X + 3Y = 9 \\ 4X + 2Y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{8}{x} + \frac{3}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x^2 + 3y^2 = 9 \\ 4x^2 + 2y^2 = 7 \end{cases}$$