Dérivation - Application

Problèmes avec prise d'initiative

D.Zancanaro

---

1 Rectangle d'aire maximale

Un fermier dispose de 100 m de clôture pour délimiter un enclos de forme rectangulaire.

Quelles dimensions donner à ce rectangle pour qu'il ait une aire maximale?

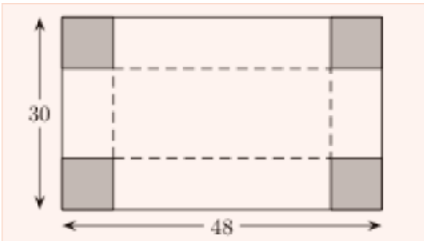
Calculer cette aire maximale.

2 Boite de volume maximal

A l'aide d'une feuille de carton rectangulaire de 30 cm ä 48 cm, on demande de faire une boîte rectangulaire ouverte de capacité maximum en découpant des carrés sur les angles et en pliant les rebords de la figure obtenue en forme de croix.

Quelle doit être la dimension du carré enlevé ?

Quel est le volume maximal ?



3 Casserole

Quelle proportion donnée à une casserole pour obtenir le volume maximal à partir d'une tôle de surface donnée ?

On note x le rayon de la base et h la hauteur de la casserole.

1. Démontrer que :

$$h = \frac{S - \pi x^2}{2\pi x}$$

   où S désigne la surface totale.

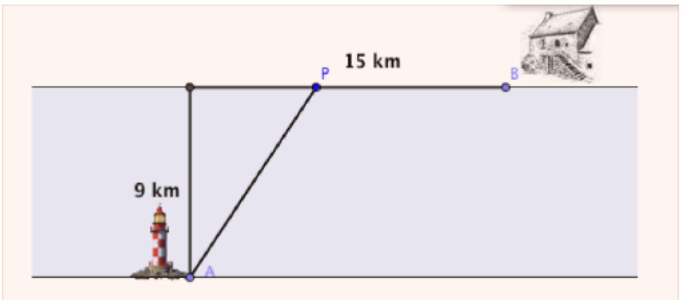
2. En déduire que le volume en fonction de x, notée $f(x)$ vaut :

$$f(x) = \frac{Sx - \pi x^3}{2}$$

3. Etudier la fonction f et montrer que f est maximal pour $x = \sqrt{\frac{S}{3\pi}}$. En déduire qu'alors $h = x$.

4 Minimiser un temps de parcours

Le gardien d'un phare (A) doit rejoindre le plus rapidement possible sa maison côtière (B). Il se déplace en canot à la vitesse de 4 km/h et à pied à la vitesse de 5 km/h. Où doit-il accoster (P) pour que le temps de parcours soit minimal ? La côte est supposée rectiligne.



5 Parabole et tangente

On considère la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = 1 - x^2$. Soit $M(x_0; y_0)$ avec $x_0 > 0$ et $y_0 > 0$ et T la tangente à $\mathscr{P}$ passant par M. T coupe l'axe des abscisses en A et l'axe des ordonnées en B.

Où doit-on placer le point M pour que l'aire du triangle OAB soit minimale ?