

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

**Exercice 1.****4 points**

1. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs  $\vec{u}(x; 1-x)$  et  $\vec{v}(x-1; 3)$  où  $x \in \mathbb{R}$ . Déterminer  $x$  afin que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.  
 $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si :

$$3x - (1-x)(x-1) = 0 \iff 3x - (x-1-x^2+x) = 0 \iff 3x + x^2 - 2x + 1 = 0 \iff x^2 + x + 1 = 0$$

$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$  donc il n'existe aucun réel  $x$  tel que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soit colinéaire.

2. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs  $\vec{u}(\cos x; 1)$  et  $\vec{v}(0.5; 1)$  où  $x \in \mathbb{R}$ . Déterminer  $x$  afin que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.  
 $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si :

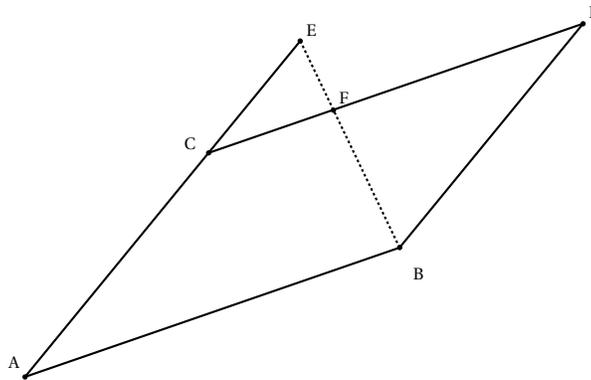
$$\cos x \times 1 - 1 \times 0.5 = 0 \iff \cos x = 0.5 \iff x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

**Exercice 2.****6 points**

ABDC est un parallélogramme. On considère les points E et F vérifiant :

$$\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC} \quad \text{et} \quad \vec{CF} = \frac{1}{3}\vec{CD}$$

1. Réaliser une figure.



2. On se place dans la base  $(\vec{AB}; \vec{AC})$ .

(a) Démontrer que :

$$\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = -\vec{AB} + \vec{AE}$$

Or,  $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}$  d'où :

$$\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$$

(b) Donner les coordonnées du vecteur  $\vec{BE}$  dans la base  $(\vec{AB}; \vec{AC})$ .

Puisque  $\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$  on a  $\vec{BE} \left( -1; \frac{3}{2} \right)$

(c) Démontrer que :

$$\vec{BF} = \vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{AB}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\vec{BF} = \vec{BC} + \vec{CF}$$

Or,  $\vec{CF} = \frac{1}{3}\vec{CD}$  et  $\vec{CD} = \vec{AB}$  d'où  $\vec{CF} = \frac{1}{3}\vec{AB}$  et donc :

$$\vec{BF} = \vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{AB}$$

(d) En déduire une expression de  $\overrightarrow{BF}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .

D'après la relation de Chasles on a  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  et puisque  $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  il suit que :

$$\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Ainsi  $\overrightarrow{BF} \left( -\frac{2}{3}; 1 \right)$  dans la base  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

(e) Les points B, E et F sont-ils alignés ?

Des coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{BE} \left( -1; \frac{3}{2} \right)$  et  $\overrightarrow{BF} \left( -\frac{2}{3}; 1 \right)$  on déduit que comme :

$$-1 \times 1 - \frac{3}{2} \times \left( -\frac{2}{3} \right) = -1 + 1 = 0$$

les vecteurs  $\overrightarrow{BE}$  et  $\overrightarrow{BF}$  sont alignés et donc les points B, E et F sont alignés.

Nom : .....

Prénom : .....

Classe : .....

**CORRECTION I9**

*On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.*

**Exercice 1.**

**4 points**

1. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs  $\vec{u}(x; 1-x)$  et  $\vec{v}(3; x-1)$  où  $x \in \mathbb{R}$ . Déterminer  $x$  afin que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.  
 $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si :

$$x(x-1) - 3(1-x) = 0 \iff x^2 - x - 3 + 3x = 0 \iff x^2 + 2x - 3 = 0$$

$\Delta = 4 + 12 = 16$ , il existe donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - 4}{2} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si  $x = 1$  ou  $x = -3$

2. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs  $\vec{u}(\sin x; \sqrt{2})$  et  $\vec{v}(0.5; 1)$  où  $x \in \mathbb{R}$ . Déterminer  $x$  afin que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.  
 $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si :

$$\sin x \times 1 - \sqrt{2} \times 0.5 = 0 \iff \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \iff x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

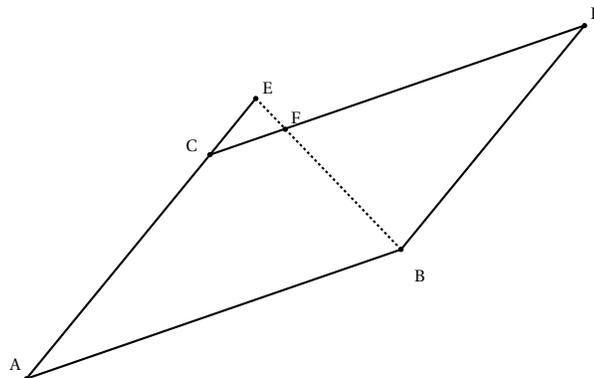
**Exercice 2.**

**6 points**

ABDC est un parallélogramme. On considère les points E et F vérifiant :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$$

1. Réaliser une figure.



2. On se place dans la base  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ .

(a) Démontrer que :

$$\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{5}{4}\vec{AC}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = -\vec{AB} + \vec{AE}$$

Or,  $\vec{AE} = \frac{5}{4}\vec{AC}$  d'où :

$$\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{5}{4}\vec{AC}$$

(b) Donner les coordonnées du vecteur  $\vec{BE}$  dans la base  $(\vec{AB}; \vec{AC})$ .

Puisque  $\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{5}{4}\vec{AC}$  on a  $\vec{BE} \left(-1; \frac{5}{4}\right)$

(c) Démontrer que :

$$\vec{BF} = \vec{BC} + \frac{1}{5}\vec{AB}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\vec{BF} = \vec{BC} + \vec{CF}$$

Or,  $\vec{CF} = \frac{1}{5}\vec{CD}$  et  $\vec{CD} = \vec{AB}$  d'où  $\vec{CF} = \frac{1}{5}\vec{AB}$  et donc :

$$\vec{BF} = \vec{BC} + \frac{1}{5}\vec{AB}$$

(d) En déduire une expression de  $\vec{BF}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .

D'après la relation de Chasles on a  $\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} = -\vec{AB} + \vec{AC}$  et puisque  $\vec{BF} = \vec{BC} + \frac{1}{5}\vec{AB}$  il suit que :

$$\vec{BF} = -\vec{AB} + \vec{AC} + \frac{1}{5}\vec{AB} = -\frac{4}{5}\vec{AB} + \vec{AC}$$

Ainsi  $\vec{BF} \left(-\frac{4}{5}; 1\right)$  dans la base  $(\vec{AB}; \vec{AC})$

(e) Les points B, E et F sont-ils alignés ?

Des coordonnées des vecteurs  $\vec{BE} \left(-1; \frac{5}{4}\right)$  et  $\vec{BF} \left(-\frac{4}{5}; 1\right)$  on déduit que comme :

$$-1 \times 1 - \frac{5}{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = -1 + 1 = 0$$

les vecteurs  $\vec{BE}$  et  $\vec{BF}$  sont alignés et donc les points B, E et F sont alignés.