

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

**Exercice 1.****4 points**

Dans une classe, 10% des élèves jouent d'un instrument à corde, 25% des élèves jouent d'un instrument à vent et 5% des élèves jouent d'un instrument à corde et d'un instrument à vent.

On choisit au hasard un élève de cette classe. On note : C l'événement : « l'élève choisit joue d'un instrument à corde ».

V l'événement : « l'élève choisit joue d'un instrument à vent ».

1. Donner  $P(C)$  ;  $P(V)$  et  $P(C \cap V)$ .

Immédiatement d'après les données de l'énoncé on peut affirmer que :

$$P(C) = 0,1 \quad P(V) = 0,25 \quad \text{et} \quad P(C \cap V) = 0,05$$

2. Décrire par une phrase l'événement  $C \cup V$  puis calculer  $P(C \cup V)$ .

$C \cup V$  : « l'élève choisit joue d'un instrument à corde ou d'un instrument à vent »

De plus :

$$P(C \cup V) = P(C) + P(V) - P(C \cap V) = 0,1 + 0,25 - 0,05 = 0,3$$

**Exercice 2.****6 points**

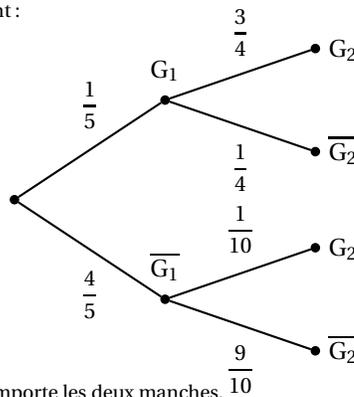
Alice entraîne, depuis quelques temps déjà, ses deux lapins, le lapin blanc et le lapin rouge au lancer de poids. Sous les yeux de Bob elle organise un match en deux manches. On sait d'expérience que :

- la probabilité que le lapin blanc gagne la première manche est de  $\frac{1}{5}$  ;
- Si le lapin blanc a gagné la première manche alors la probabilité qu'il remporte la deuxième manche est de  $\frac{3}{4}$  ;
- Si le lapin blanc a perdu la première manche alors la probabilité qu'il remporte la deuxième manche est de  $\frac{1}{10}$ .

On note  $G_1$  l'événement : « le lapin blanc gagne la première manche ».

On note  $G_2$  l'événement : « le lapin blanc gagne la deuxième manche ».

1. (a) Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant :



- (b) Déterminer la probabilité que le lapin blanc remporte les deux manches.

Notons A l'événement : « le lapin blanc remporte les deux manches » alors :

$$P(A) = P(G_1 \cap G_2) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

- (c) Déterminer la probabilité que le lapin blanc remporte exactement une manche.

Notons B l'événement : « le lapin blanc remporte exactement une manche » alors  $B = (G_1 \cap \overline{G_2}) \cup (\overline{G_1} \cap G_2)$  d'où :

$$P(B) = P(G_1 \cap \overline{G_2}) \cup (\overline{G_1} \cap G_2) = P(G_1 \cap \overline{G_2}) + P(\overline{G_1} \cap G_2) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{2}{25} = \frac{13}{100}$$

- (d) Déterminer la probabilité que le lapin blanc perde les deux manches.

Notons C l'événement : « le lapin blanc perd les deux manches » alors :

$$P(C) = P(\overline{G_1} \cap \overline{G_2}) = \frac{4}{5} \times \frac{9}{10} = \frac{36}{50}$$

2. Bob mise 40 carottes sur le lapin blanc. Alice lui en versera 100 si le lapin blanc gagne les deux manches, 40 si le lapin blanc gagne une manche et rien si le lapin rouge gagne les deux manches. On note G son gain en carottes.

(a) Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire  $G$  ?

Si le lapin blanc gagne les deux manches alors  $G = 100 - 40 = 60$ , s'il en remporte une unique alors  $G = 40 - 40 = 0$  et enfin s'il en remporte aucun  $G = -40$

(b) Reproduire et compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de  $G$  :

Valeurs $x_i$	-40	0	60	Total
$P(G = x_i)$	$\frac{36}{50}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{15}{100}$	1

Le jeu est-il avantageux pour Alice ? pour Bob ? pour aucun des deux ? **Justifier votre réponse.**

L'espérance de gain moyen de Bob vaut :

$$E(G) = -40 \times \frac{18}{25} + 0 \times \frac{13}{100} + 60 \times \frac{15}{100} = -8 \times \frac{18}{5} + 3 \times \frac{3}{5 \times 100} = -\frac{144}{5} + \frac{9}{500} = \frac{-14400 + 9}{500} = -\frac{14391}{500} \simeq -29$$

Bob peut espérer perdre en moyenne 29 carottes. A moins qu'il n'aime pas les carottes et qu'il cherche à s'en débarrasser le jeu n'est pas avantageux pour lui.

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

**Exercice 1.****4 points**

Dans une classe, 40% des élèves jouent d'un instrument à corde, 20% des élèves jouent d'un instrument à vent et 10% des élèves jouent d'un instrument à corde et d'un instrument à vent.

On choisit au hasard un élève de cette classe. On note : C l'événement : « l'élève choisit joue d'un instrument à corde ».

V l'événement : « l'élève choisit joue d'un instrument à vent ».

1. Donner  $P(C)$  ;  $P(V)$  et  $P(C \cap V)$ .

Immédiatement d'après les données de l'énoncé on peut affirmer que :

$$P(C) = 0,4 \quad P(V) = 0,2 \quad \text{et} \quad P(C \cap V) = 0,1$$

2. Décrire par une phrase l'événement  $C \cup V$  puis calculer  $P(C \cup V)$ .

$C \cup V$  : « l'élève choisit joue d'un instrument à corde ou d'un instrument à vent »

De plus :

$$P(C \cup V) = P(C) + P(V) - P(C \cap V) = 0,4 + 0,2 - 0,1 = 0,5$$

**Exercice 2.****6 points**

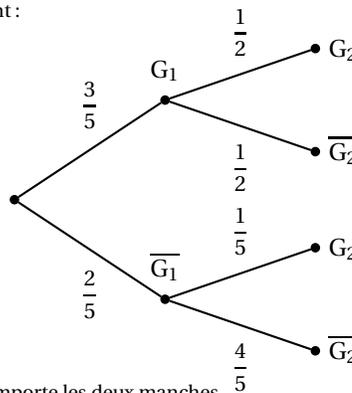
Alice entraîne, depuis quelques temps déjà, ses deux lapins, le lapin blanc et le lapin rouge au lancer de poids. Sous les yeux de Bob elle organise un match en deux manches. On sait d'expérience que :

- la probabilité que le lapin blanc gagne la première manche est de  $\frac{3}{5}$  ;
- Si le lapin blanc a gagné la première manche alors la probabilité qu'il remporte la deuxième manche est de  $\frac{1}{2}$  ;
- Si le lapin blanc a perdu la première manche alors la probabilité qu'il remporte la deuxième manche est de  $\frac{1}{5}$ .

On note  $G_1$  l'événement : « le lapin blanc gagne la première manche ».

On note  $G_2$  l'événement : « le lapin blanc gagne la deuxième manche ».

1. (a) Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant :



- (b) Déterminer la probabilité que le lapin blanc remporte les deux manches.

Notons A l'événement : « le lapin blanc remporte les deux manches » alors :

$$P(A) = P(G_1 \cap G_2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

- (c) Déterminer la probabilité que le lapin blanc remporte exactement une manche.

Notons B l'événement : « le lapin blanc remporte exactement une manche » alors  $B = (G_1 \cap \overline{G_2}) \cup (\overline{G_1} \cap G_2)$  d'où :

$$P(B) = P(G_1 \cap \overline{G_2}) \cup (\overline{G_1} \cap G_2) = P(G_1 \cap \overline{G_2}) + P(\overline{G_1} \cap G_2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \frac{2}{25} = \frac{38}{100} = \frac{19}{50}$$

- (d) Déterminer la probabilité que le lapin blanc perde les deux manches.

Notons C l'événement : « le lapin blanc perd les deux manches » alors :

$$P(C) = P(\overline{G_1} \cap \overline{G_2}) = \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$$

2. Bob mise 50 carottes sur le lapin blanc. Alice lui en versera 100 si le lapin blanc gagne les deux manches, 40 si le lapin blanc gagne une manche et rien si le lapin rouge gagne les deux manches. On note G son gain en carottes..

(a) Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire  $G$  ?

Si le lapin blanc gagne les deux manches alors  $G = 100 - 50 = 50$ , s'il en remporte une unique alors  $G = 40 - 50 = -10$  et enfin s'il en remporte aucun  $G = -50$

(b) Reproduire et compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de  $G$  :

Valeurs $x_i$	-50	-10	50	Total
$P(G = x_i)$	$\frac{8}{25}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{3}{10}$	1

Le jeu est-il avantageux pour Alice ? pour Bob ? pour aucun des deux ? **Justifier votre réponse.**

L'espérance de gain moyen de Bob vaut :

$$E(G) = -50 \times \frac{8}{25} - 10 \times \frac{19}{50} + 50 \times \frac{3}{100} = -16 - \frac{19}{5} + 1,5 = -16 - 3,8 + 1,5 = -19,8 + 1,5 = -18,3$$

Bob peut espérer perdre en moyenne 18 carottes. A moins qu'il n'aime pas les carottes et qu'il cherche à s'en débarrasser le jeu n'est pas avantageux pour lui.