Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Correction de l'interrogation n°7

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. **Trigo**

1. On considère l'équation (E) :

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

   (a) Résoudre (E) dans $\mathbb{R}$.

$$\mathcal{S} = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

   (b) Résoudre (E) dans $]-\pi;\pi]$

$$\mathcal{S} = \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$$

2. On sait que $x \in \left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ puis que $\cos x = \frac{3}{4}$.

   Déterminer $\sin x$. On sait que pour tout réel x on a $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \iff \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{9}{16} = \frac{15}{16}$. Par conséquent :

$$\sin x = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$$

   Or $x \in \left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ donc $\sin x < 0$ donc :

$$\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Exercice 2. **Valeurs Absolues et Racines Carrées**

1. Soit x un nombre réel alors :

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

2. On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{2x-3}$$

   Déterminer l'ensemble de définition de f puis étudier les variations de la fonction f sur son ensemble de définition.

   $f(x)$ est définie si et seulement si $2x - 3 \geq 0 \iff x \geq \frac{3}{2}$ d'où :

$$\mathcal{D}_f = \left[\frac{3}{2};+\infty\right[$$

   La fonction g définie par $g(x) = 2x - 3$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$(puisqu'il s'agit d'une fonction affine avec coefficient directeur positif) donc d'après le cours $f = \sqrt{g}$ est strictement croissante sur $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

   (a) $|5-x| = 7 \iff 5 - x = \pm 7 \iff -x = -7-5$ ou $-x = 7-5$
   Par conséquent $x = 12$ ou $x = -2$ d'où :

$$\mathcal{S} = \{-2;12\}$$

   (b) $|13-2x| \leq 11 \iff -11 \leq 13 - 2x \leq 11 \iff -24 \leq -2x \leq -2 \iff 12 \geq x \geq 1$ d'où :

$$\mathcal{S} = [1;12]$$

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Correction de l'interrogation n°7

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. **Trigo**

1. On considère l'équation (E) :
$$\sin x = -\frac{1}{2}$$
   (a) Résoudre (E) dans $\mathbb{R}$.
$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi ; -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$
   (b) Résoudre (E) dans $]-\pi;\pi]$
$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{\pi}{6} ; -\frac{5\pi}{6}\right\}$$

2. On sait que $x \in \left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ puis que $\cos x = \frac{2}{3}$.
Déterminer $\sin x$.
On sait que pour tout réel x on a $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \iff \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$. Par conséquent :
$$\sin x = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$
Or $x \in \left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ donc $\sin x < 0$ donc :
$$\sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

Exercice 2. **Valeurs Absolues et Racines Carrées**

1. Soit x un nombre réel alors :
$$\sqrt{x^2} = |x|$$

2. On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = \sqrt{3-2x}$$
Déterminer l'ensemble de définition de f puis étudier les variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
$f(x)$ est définie si et seulement si $3 - 2x \geq 0 \iff -x \geq -\frac{3}{2} \iff x \leq \frac{3}{2}$ d'où :
$$\mathscr{D}_f = \left]-\infty ; \frac{3}{2}\right]$$
La fonction g définie par $g(x) = 3 - 2x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$(puisqu'il s'agit d'une fonction affine avec coefficient directeur négatif) donc d'après le cours $f = \sqrt{g}$ est strictement croissante sur $\left]-\infty ; \frac{3}{2}\right]$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   (a) $|2x-5| = 7 \iff 2x - 5 = \pm 7 \iff 2x = -7+5 \quad$ ou $\quad 2x = 7+5$
   Par conséquent $x = -1$ ou $x = 6$ d'où :
$$\mathscr{S} = \{-1;6\}$$
   (b) $|5-4x| \leq 11 \iff -11 \leq 5 - 4x \leq 11 \iff -16 \leq -4x \leq 6 \iff 4 \geq x \geq -\frac{3}{2}$
$$\mathscr{S} = \left[-\frac{3}{2};4\right]$$