Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°2

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -10x^2 + 5x + 1$. Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. On a pour tout réel x :

$$f(x) = -10\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{3}{8}$$

   Développons la précédente expression :

$$f(x) = -10\left(x^2 + 2 \times \frac{1}{4}x + \frac{1}{16}\right) - \frac{3}{8} = -10x^2 - 5x - \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = -10x^2 - 5x - 1$$

   Or, il existe des valeurs de x telles que $-10x^2 - 5x - 1 \neq -10x^2 + 5x + 1$ (en particulier $x = 0$), ainsi on en déduit que la première affirmation est fausse.

2. La courbe représentative de f admet un axe de symétrie d'équation $x = \frac{1}{4}$.
   L'abscisse α du sommet de la parabole représentant f vaut :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \times (-10)} = -\frac{1}{4}$$

   Ainsi l'équation de l'axe de symétrie de la parabole est $x = -\frac{1}{4}$, l'affirmation de départ est donc fausse.

3. Le trinôme $-10x^2 + 5x + 1$ n'admet pas de racines.
   Pour le savoir il suffit de calculer le discriminant et d'examiner son signe :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times (-10) \times 1 = 25 + 40 = 65 > 0$$

   le trinôme $-10x^2 + 5x + 1$ admet donc deux racines et l'affirmation est donc fausse.

4. Pour tout réel x, $f(x)$ est négatif.
   Puisque le trinôme admet deux racines que nous notons x_1 et x_2 et puisque la parabole admet un maximum car $a = -10 < 0$ on en déduit le tableau de signe de $f(x)$:

x	∞		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   $f(x)$ n'est pas tout le temps négatif, en particulier pour x compris entre les racines on a $f(x) > 0$ ce qui prouve que l'affirmation est fausse.

Exercice 2. (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. Si pour tout réel x, $f(x) < 0$ alors $\Delta < 0$.
   Si pour tout réel x, on a $f(x) < 0$, alors en particulier il n'existe aucune valeur de x telle que $f(x) = 0$, et donc le trinôme n'admet pas de racine ce qui implique que son discriminant $\Delta < 0$ ce qui montre que l'affirmation est vraie.

2. Si $\Delta < 0$, alors pour tout réel x, $f(x) < 0$.
   Si $\Delta < 0$ alors le trinôme n'admet pas de racine donc il est impossible que $f(x) = 0$. Si $a > 0$ alors on a $f(x) > 0$ pour tout réel x et si $a < 0$ alors on a $f(x) < 0$.
   On a donc pas systématiquement $f(x) < 0$ donc l'affirmation est fausse.

3. S'il existe deux réels α et β tels que $f(\alpha)f(\beta) < 0$ alors $\Delta \geq 0$.
   S'il existe deux réels α et β tels que $f(\alpha)f(\beta) < 0$ alors $f(\alpha)$ et $f(\beta)$ sont de signes contraires, l'un est positif et l'autre est négatif.
   Par conséquent le trinôme $f(x)$ admet deux racines et donc son discriminant est strictement positif ; et puisque $\Delta > 0$ on a aussi $\Delta \geq 0$ ce qui montre que l'affirmation est vraie.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°2

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10x^2 - 5x + 1$. Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. On a pour tout réel x :

$$f(x) = 10\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}$$

   Pour $x = 0$ la première expression donne $f(0) = 1$ tandis que la deuxième expression donne $10 \times \frac{1}{16} + \frac{23}{8} = \frac{28}{8}$; les deux résultats n'étant pas identiques on peut en conclure que l'affirmation est fausse.

2. La courbe représentative de f admet un axe de symétrie d'équation $x = -\frac{1}{4}$.

   L'abscisse α du sommet de la parabole représentant f vaut :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \times 10} = \frac{1}{4}$$

   Et donc l'axe de symétrie admet pour équation $x = -\frac{1}{4}$, par conséquent l'affirmation est fausse.

3. Le trinôme $10x^2 - 5x + 1$ n'admet pas de racines.

   Pour le savoir il suffit de calculer le discriminant et d'examiner son signe :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 10 \times 1 = 25 - 40 = -15 < 0$$

   le trinôme $-10x^2 + 5x + 1$ n'admet donc pas de racines et l'affirmation est donc vraie.

4. Pour tout réel x, $f(x)$ est positif.

   Puisque $f(x)$ n'admet pas de racine, $f(x)$ est du signe de a donc quelque soit le réel x on a :

$$f(x) > 0$$

   L'affirmation est donc vraie.

Exercice 2. (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. Si pour tout réel x, $f(x) > 0$ alors $\Delta < 0$.

   Si pour tout réel x, on a $f(x) > 0$, alors en particulier il n'existe aucune valeur de x telle que $f(x) = 0$, et donc le trinôme n'admet pas de racine ce qui implique que son discriminant $\Delta < 0$ ce qui montre que l'affirmation est vraie.

2. Si $\Delta < 0$, alors pour tout réel x, $f(x) > 0$.

   Si $\Delta < 0$ alors le trinôme n'admet pas de racine et $f(x)$ est du signe de a donc soit $f(x) > 0$ pour tout x soit au contraire $f(x) < 0$ pour tout x et donc l'affirmation est fausse.

3. S'il existe deux réels α et β tels que $f(\alpha)f(\beta) < 0$ alors $\Delta \geq 0$.

   S'il existe deux réels α et β tels que $f(\alpha)f(\beta) < 0$ alors $f(\alpha)$ et $f(\beta)$ sont de signes contraires, l'un est positif et l'autre est négatif.

   Par conséquent le trinôme $f(x)$ admet deux racines et donc son discriminant est strictement positif ; et puisque $\Delta > 0$ on a aussi $\Delta \geq 0$ ce qui montre que l'affirmation est vraie.