ᔓ Devoir Surveillé 5 ᔓ
Vecteurs et dérivation - Partie A

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la clarté des raisonnements. Les exercices 1, 2, 3 et 4 rapportent chacun 5 points.

Exercice 1. Points alignés **(4 points)**

Dans un repère $\left(O;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan, on donne les points :

$$A(2,1) \quad , \quad B(x,4) \quad \text{et} \quad C(3,x+2)$$

1. Montrer A, B et C sont alignés si et seulement si $x^2 - x - 5 = 0$
2. En déduire les éventuelles valeurs de x telles que les points A, B et C sont alignés.

Exercice 2. **(6 points)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{x^2+2}{x}$

1. Montrer que pour $x \neq 0$ on a :
$$f'(x) = \frac{x^2-2}{x^2}$$
2. (a) Expliquer pourquoi étudier le signe de $f'(x)$ revient à étudier le signe de $x^2 - 2$.
   (b) Déterminer alors le tableau de signe de f' puis le tableau de variation de f.
3. Ecrire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
4. Existe-t-il des tangentes à la courbes parallèles à la droite d'équation $y = -7x - 5$?
   Si oui préciser les points de la courbe qui correspondent à ces tangentes.

Exercice 3. Problème **(10 points)**

A, B et C sont trois points non alignés du plan. Les points G et F sont définis par :

$$\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BC} + 5\overrightarrow{CA} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BG} + 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$$

PARTIE A. **Dans une base**

1. Exprimer $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
3. Compléter alors la figure donnée en annexe ci-contre.
4. Que peut-on dire du quadrilatère AGBF ? *(Justifier)*

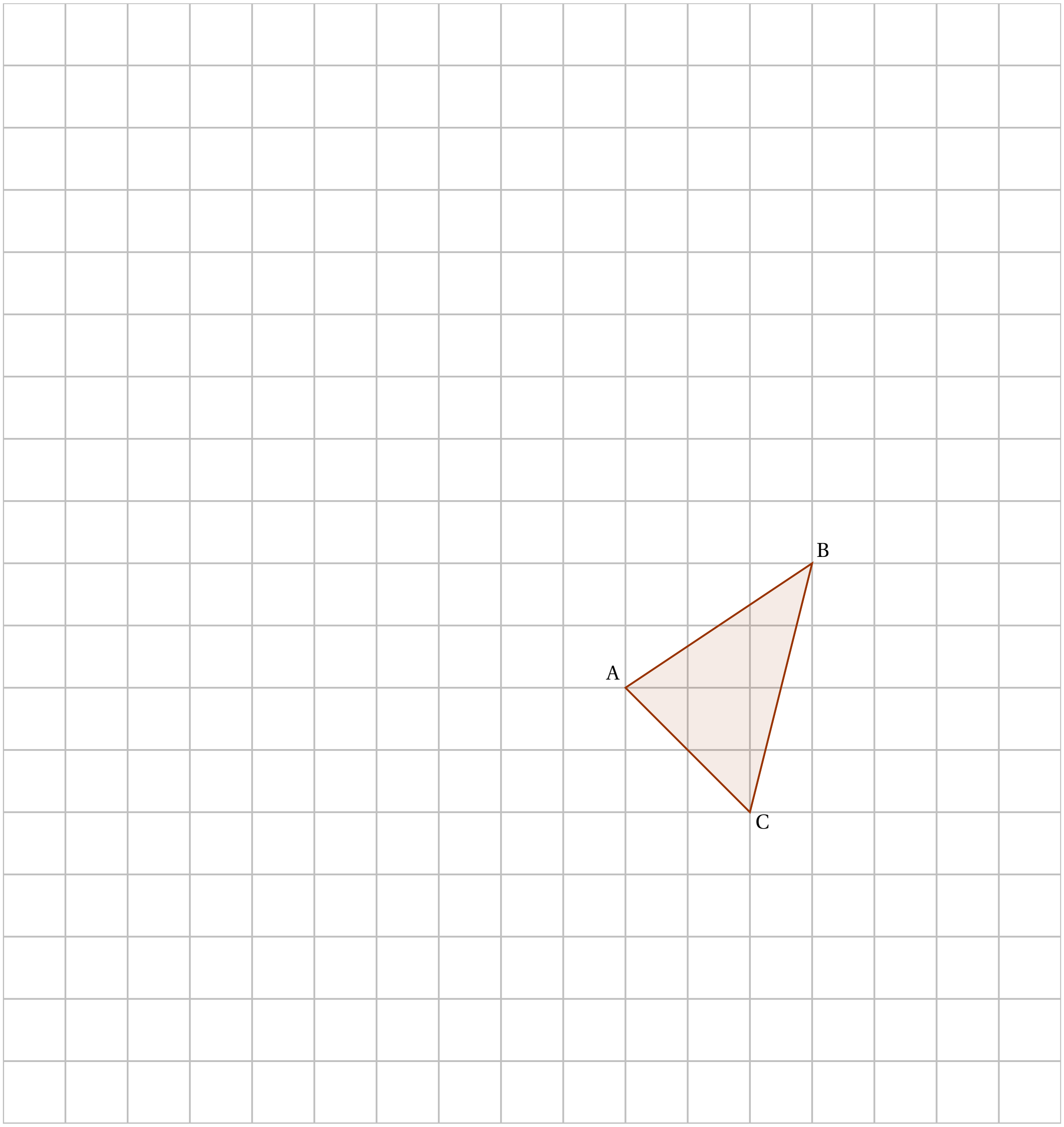
PARTIE B. **Dans un repère**

On se place dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

1. Expliquer pourquoi $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ est un repère du plan.
2. Donner les coordonnées de A, B, C et G. *(Inutile de justifier, mais pensez à utiliser vos réponses de la partie A)*
3. Prouver que $F(-1;-3)$.
4. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BF).
5. On donne la droite $\mathscr{D} : \dfrac{3}{2}x + y = 0$ et le point $E\left(2;-\dfrac{3}{2}\right)$.
   (a) Le point E est-il un point de $\mathscr{D}$? Si oui, le placer.
   Si non, déterminer l'abscisse du point K de $\mathscr{D}$ d'ordonnée $-\dfrac{3}{2}$ puis placer K.
   (b) La droite $\mathscr{D}$ est-elle parallèle à la droite (BF) ?
   Si non, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I et le placer.
   (c) Grâce aux informations des deux questions précédentes, tracer la droite $\mathscr{D}$.

Nom : .... **Prénom :** .... **Classe : 1S3**

Annexe : Exercice sur les vecteurs



∽ Devoir Surveillé 5 - Partie B ∾
 Dérivation

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la clarté des raisonnements. Les exercices 1, 2, 3 et 4 rapportent chacun 5 points.

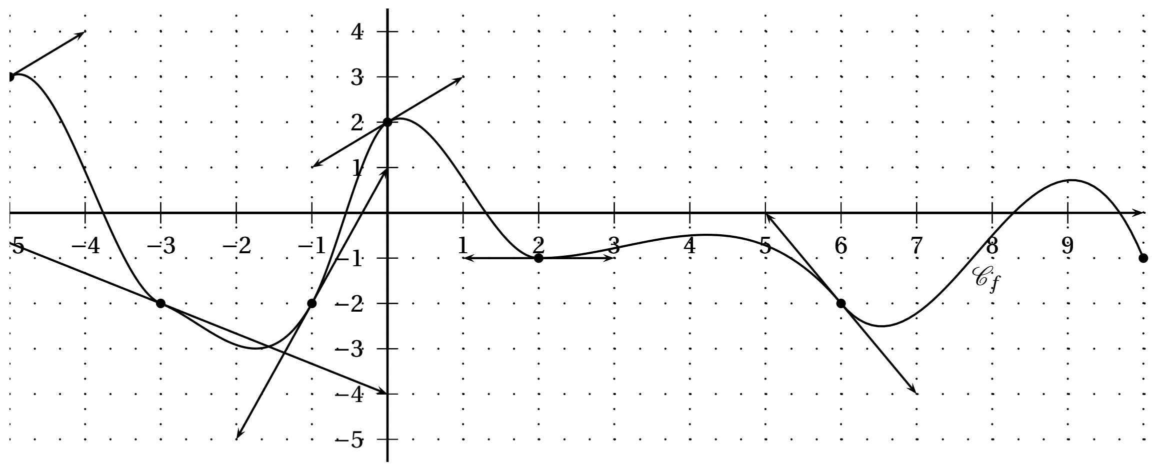
Exercice 4. **4 points**

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués, $\mathscr{C}_f$ admet une tangente qui est tracée ci-dessous.

1. Lisez, en vous servant du quadrillage, les nombres dérivés :

$$f'(-5) \qquad f'(-3) \qquad f'(-1) \qquad f'(0) \qquad f'(2) \qquad f'(6)$$

2. Le graphique ne permet pas la lecture de $f'(4)$, préciser néanmoins son signe (expliquer)



Exercice 5. **7 points**

On considère la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\mathrm{P}(x) = x^3 - 9x - 12$$

1. Calculer $\mathrm{P}'(x)$ pour tout réel x.
2. Etudier le signe de P' et en déduire le tableau de variation complet de P.
3. Donner le maximum et le minimum de P sur l'intervalle $[-2;2]$.
4. Par lecture du tableau de variation de la fonction P, donner le nombre de solution de l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$.
   En donner une valeur approchée à l'aide de votre calculatrice, à 10^{-1} près.
5. **Application** : Un cube a une arête de x cm. Un parallélépipède rectangle a pour dimensions : 1 cm ; 3 cm et $(3x+4)$ cm.
   Trouver la valeur de x pour que ces 2 solides aient le même volume.

Exercice 6. **7 points**

On considère la fonction g par :

$$g(x) = \frac{x^2 - 3}{2x - 1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de g.
2. Déterminer la dérivée g' de la fonction g.
3. Etudier le signe de g'.
4. Dresser le tableau de variation de la fonction g.
5. Déterminer les points d'intersection entre les axes du repère et la représentation graphique de la fonction g.

Exercice 7. **2 points**

Soient f et g deux fonctions dérivables sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0;2]$ telles que : $f(0) = g(0)$ et $f' \leq g'$ sur I

Démontrer que $f \leq g$ sur I [1]

1. On pourra étudier les variations de $g - f$