

## ~ DEVOIR SURVEILLÉ 3 ~ TRIGONOMÉTRIE ET SUITE

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la clarté des raisonnements.

### Exercice 1.

(5 points)

1. Résoudre, dans  $\mathbb{R}$ , les équations suivantes :

*On s'aidera d'un cercle trigonométrique pour résoudre chaque équation ; pour la dernière question on se contentera de placer approximativement  $\frac{\pi}{5}$  sur le cercle trigonométrique.*

(a)  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(b)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(c)  $\cos x = \cos \frac{\pi}{5}$

2. Donner les solutions dans  $] -\pi; \pi ]$  des équations précédentes.

### Exercice 2.

(3 points)

On suppose dans cette exercice que :

$$\sin x = \frac{1}{5} \quad \text{et} \quad x \in \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right]$$

L'unité du repère vaut 5 cm.

1. Placer  $x$  sur le cercle trigonométrique..
2. Quel est le signe de  $\cos x$  ?
3. Calculer  $\cos(x)$  (en valeur exacte).

### Exercice 3.

(5 points)

ABC est un triangle rectangle en A et de sens direct tel que  $AB = 2AC$ . ACD est un triangle isocèle et rectangle en C de sens direct et BAE est un triangle équilatéral direct.

1. Réaliser une figure pour  $AC = 3$  cm.
2. (a) Déterminer, en utilisant la relation de Chasles une mesure de l'angle  $(\vec{AD}; \vec{AE})$ .  
(b) Les points A, D et E sont-ils alignés ?
3. (a) En utilisant la trigonométrie dans le triangle rectangle ABC, déterminer à  $10^{-2}$  près une mesure de l'angle  $(\vec{BC}; \vec{BA})$ .  
*Vous donnerez une mesure en radian ou en degré, au choix (en respectant l'orientation).*  
(b) En déduire une valeur approchée de l'angle  $(\vec{EB}; \vec{BC})$   
*Vous donnerez une mesure en radian ou en degré, au choix (en respectant l'orientation).*

### Exercice 4.

(7 points)

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :

$$u_n = \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$$

1. Calculer  $u_0; u_1; u_2; u_3; u_4; u_5$  et enfin  $u_6$ .
2. (a) Déterminer la mesure principale de  $\frac{100\pi}{3}$ .  
(b) En déduire  $u_{100}$ .
3. (a) On suppose que  $n$  est un multiple de 6, donner la mesure principale de  $\frac{n\pi}{3}$  puis préciser  $u_n$ .  
(b) On suppose que le reste de la division euclidienne de  $n$  par 6 est 1, donner la mesure principale de  $\frac{n\pi}{3}$  puis préciser  $u_n$ .  
(c) Que peut-on penser de la limite de la suite  $(u_n)$  ?

### Exercice 5.

#### Question Cactus

Un escargot est enfermé dans une cage carré de côté 4 cm. Au début l'escargot se trouve au centre de la cage et décide de partir plein est. Toutes les minutes il parcourt, en ligne droite, 1 cm exactement puis il dévie sa trajectoire d'un angle de  $\frac{\pi}{4}$  et parcourt de nouveau 1 cm. Il continue le même processus jusqu'à atteindre l'un des bords de la cage.

L'escargot parviendra-t-il sur l'une des bordures de la cage ? Si oui, atteindra-t-il le bord est, le bord sud ou le bord ouest ?