

~ DEVOIR SURVEILLÉ 1 ~ SECOND DEGRÉ

Vous traiterez au moins un exercice parmi les 4 suivants.

A rendre le 22/09/14

Exercice 1.

(10 points)

On considère les polynômes P, Q et R définies pour $x \in \mathbb{R}$ par :

$$P(x) = 2x^2 - 10x + 8 \quad ; \quad Q(x) = x^2 + 1 \quad \text{et} \quad R(x) = 9x^2 - 12x + 4$$

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

(a) $P(x) = 0$

(b) $Q(x) = 0$

(c) $R(x) = 0$

2. Dresser, en fonction de x , les trois tableaux de signe des expressions P(x), Q(x) et R(x).

3. Résoudre, dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes :

(a) $P(x) > 0$

(b) $Q(x) \geq 0$

(c) $R(x) \leq 0$

4. Déterminer les coordonnées du sommet S_p de la parabole représentant P.

5. Dresser le tableau des variations de la fonction P sur \mathbb{R} .

6. Donner, lorsque c'est possible, l'écriture factorisée des polynômes P, Q et R.

Exercice 2.

(4 points)

Le but du problème est de résoudre l'équation :

$$(E) : x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

1. Vérifiez que $x = 1$ est solution de (E).

2. Montrer que pour tout réel x on a :

$$(x - 1)(x^2 - x - 1) = x^3 - 2x^2 + 1$$

3. Déterminer les racines du trinôme $x^2 - x - 1$.

4. En déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice 3.

(3 points)

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = 7x^2 + bx + 2$$

1. Dresser le tableau de signe du trinôme $b^2 - 56$.

2. Déterminer les valeurs de b pour lesquelles g n'admet pas de racines.

Exercice 4.

(3 points)

On considère un triangle rectangle ABC isocèle en A. On note $x = AB$.

1. Déterminer, en fonction de x , la longueur du côté BC.

2. Montrer que l'aire du triangle ABC vaut son périmètre si et seulement si :

$$x^2 - (4 + 2\sqrt{2})x = 0$$

3. En déduire la valeur de x de sorte que le triangle ABC ait une aire égale à son périmètre.