

∞ DEVOIR MAISON 5 ∞ GÉOMÉTRIE PLANE VECTORIELLE

Vous traiterez l'un des exercices suivants.

A rendre le 17/01/15

Exercice 1.

★

Soit ABC un triangle.

1. Construire les points D et E vérifiant :

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$$

2. Démontrer que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. Que peut-on en déduire ?
3. Démontrer que $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CA}$. Déduire des deux précédentes égalités que E, B et D sont alignés.
4. Soit I le milieu de [AB]. Justifier que $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CI}$. Que peut-on en déduire pour (AE) et (CI) ?

Exercice 2.

Soit ABC un triangle quelconque. On note A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB].

Soit G le point du plan vérifiant :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

1. Réaliser une figure que vous complétez au fur et à mesure.
2. Justifier que le couple $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ constitue une base de l'espace des vecteurs.
3. Démontrer que le point G vérifie :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

4. Démontrer que :

$$\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

5. En déduire que :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$$

Que peut-on dire des points A, A' et G ?

6. Par un raisonnement analogue, que l'on ne demande pas de refaire, donner deux autres relations vectorielles impliquant G et B' (puis G et C').

Que peut-on en déduire sur G ? Que représente le point G pour le triangle ABC ?

7. Soit M un point quelconque du plan, démontrer que :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$$