∽ DEVOIR MAISON 1 ∽
SECOND DEGRÉ

Vous traiterez au moins un exercice parmi les 4 suivants. **A rendre le 22/09/14**

Exercice 1. ⋆

On considère les polynômes P, Q et R définies pour $x \in \mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^2 - x - 1 \quad ; \quad Q(x) = -4x^2 - 4x - 1 \quad \text{et} \quad R(x) = -3x^2 + x - 1$$

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

   (a) $P(x) = 0$ (b) $Q(x) = 0$ (c) $R(x) = 0$

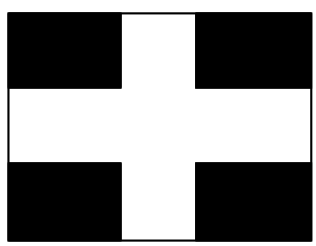
2. Dresser, en fonction de x, les trois tableaux de signe des expressions $P(x)$, $Q(x)$ et $R(x)$.
3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

   (a) $P(x) > 0$ (b) $Q(x) \geq 0$ (c) $R(x) \leq 0$

4. Déterminer les coordonnées des sommets S_p, S_q et S_r des paraboles représentant P, Q et R.
5. Dresser les trois tableaux de variations des fonctions P, R et Q sur $\mathbb{R}$.
6. Donner, lorsque c'est possible, l'écriture factorisée des polynômes P, Q et R.

Exercice 2. ⋆⋆

1. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $u^2 - 5u - 6 = 0$
   (b) En déduire les solutions de l'équation $\sqrt{15 - x} = x - 3$
2. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $u^2 - 7u + 6 = 0$
   (b) Un drapeau a pour dimensions 3 et 4 (en mètres) et la « croix blanche » est de largeur constante. Quelle est cette largeur sachant que l'aire de la croix est égale à l'aire noire ?



Exercice 3. ⋆ ⋆ ⋆

On considère l'équation (E_m) d'inconnue x ci dessous :

$$(m-1)x^2 - 2mx + m + 3 = 0 \qquad (E_m)$$

1. Résoudre l'équation (E_m) dans le cas où elle n'est pas une équation du second degré.
2. Déterminer le nombre de solutions de l'équation (E_m) en fonction des valeurs de m.
3. Soit $P_m(x) = (m-1)x^2 - 2mx + m + 3$, montrer que quelque soit la valeur de m, toutes les courbes représentant P_m passent par un même point.

Exercice 4. ⋆ ⋆ ⋆⋆

On dispose d'une ficelle de 1 mètre que l'on coupe en deux morceaux, pas forcément égaux. Avec un des morceaux, on forme un carré, et avec l'autre, on forme un rectangle dont la longueur est le double de la largeur.

Comment couper la ficelle de sorte que la somme des aires du carré et du rectangle soit minimale ?