INTERRO
PRODUIT VECTORIEL

Exercice 1 : **(10 points)**

1. **a.** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-2\\3\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\-4\\0\end{pmatrix}$

b. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

2. **a.** $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}0\\0\\14\end{pmatrix}$

b. L'aire vaut $||\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}||=\sqrt{0^2+0^2+14^2}=14$ ua

3. $x_G=\dfrac{1\times4+2\times2-4\times0}{1+2-4}=-8$ $\quad y_G=\dfrac{1\times3+2\times6-4\times2}{1+2-4}=-7$ $\quad$ et $\quad z_G=\dfrac{1\times1+2\times1-4\times1}{1+2-4}=1$
donc $G(-8;-7;1)$

4. **a.** $\overrightarrow{GS}\begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}10\\13\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GC}\begin{pmatrix}8\\9\\0\end{pmatrix}$ Ainsi $\overrightarrow{GS}\cdot\overrightarrow{GB}=0\times10+0\times13+5\times0=0$ et $\overrightarrow{GS}\cdot\overrightarrow{GC}=\ldots=0$

b. $\overrightarrow{GS}\cdot\overrightarrow{GB}=0$ donc $\overrightarrow{GS}\perp\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GS}\cdot\overrightarrow{GC}=0$ donc $\overrightarrow{GS}\perp\overrightarrow{GC}$ $\qquad$ Finalement $(GS)\perp(GBC)$

Exercice 2 : **(10 points)**

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ $\qquad$ Ainsi ABDC est un parallélogramme.

2. **a.** $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=2\times(-1)+3\times1+1\times(-1)=0.$

b. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ implique $(AB)\perp(BD)$. ABDC est un //gr avec un angle droit : c'est un rectangle.

c. $AB=||\overrightarrow{AB}||=\sqrt{2^2+3^2+1^2}=\sqrt{14}$ et $BD=\ldots=\sqrt{3}$.
Donc ABDC n'a pas tous ses côtés de même longueur, ce n'est donc pas un losange.

3. $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-2\\-3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\-2\\-2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}4\\-1\\-5\end{pmatrix}$

Et $||\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}||=\ldots=\sqrt{42}$ $\quad ||\overrightarrow{BA}||=\ldots=\sqrt{14}$ $\quad$ et $\quad ||\overrightarrow{BC}||=\ldots=\sqrt{17}$ $\quad$ Or on a

$$||\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}||=BA\times BC\times\sin(\widehat{ABC})\iff\sqrt{42}=\sqrt{14}\times\sqrt{17}\times\sin(\widehat{ABC}\iff\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{14}\times\sqrt{17}}=\sin(\widehat{ABC})$$

Ainsi on trouve $\widehat{ABC}\simeq24,84°$

4. On sait que l'aire du triangle ABD vaut $\dfrac{1}{2}||\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}||=\dfrac{1}{2}\sqrt{42}\simeq3,24$