INTERRO
PROBABILITÉS ET ESTIMATION

Exercice 1 : **Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.**
Dans cet exercice, sauf mention contraire, les résultats approchés seront arrondis à 10^{-3}.

Dans un groupe d'assurances, on s'intéresse aux sinistres susceptibles de survenir, une année donnée, aux véhicules de la flotte d'une importante entreprise de maintenance de chauffage collectif.

PARTIE A : **Etude du nombre de sinistres dans une équipe de 15 conducteurs**

On note E l'événement «un conducteur tiré au hasard dans l'ensemble des conducteurs de l'entreprise n'a pas de sinistre pendant l'année considérée ». On suppose que la probabilité de l'événement E est $0,6$.

On tire au hasard 15 conducteurs dans l'effectif des conducteurs de l'entreprise. Cet effectif est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 15 conducteurs.
On considère la variable aléatoire X qui à tout prélèvement de 15 conducteurs, associe le nombre de conducteurs n'ayant pas de sinistre pendant l'année considérée.
Calculer la probablité que, dans un tel prélèvement, 10 conducteurs n'aient pas de sinistre pendant l'année considérée.
Vous préciserez votre choix de loi pour X *en le justifiant.*

PARTIE B : **Estimation de la fréquence des sinistres**

On considère un échantillon de 150 véhicules mis en service depuis 6 mois. Ce parc contient suffisamment de véhicules pour qu'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec remise.
On constate que 136 véhicules de cet échantillon n'ont pas eu de sinistre.

1. Donner une estimation ponctuelle p_1 de la fréquence p de véhicules de ce parc qui n'ont pas eu de sinistre 6 mois après leur mise en service.
2. Donner un intervalle de confiance IC_1 de cette fréquence p_1 avec le coefficient de confiance 95%
3. On décide d'augmenter la taille de l'échantillon et de faire un intervalle de confiance IC_2 de la nouvelle estimation p_2 de la fréquence p avec le coefficient de confiance 95%.
   - ⇝ Comparer la précision de IC_1 et de IC_2 (lequel est le plus précis)
   - ⇝ Comparer la précision de IC_1 et de IC_2 (lequel est le plus fiable)
   - ⇝ IC_1 et IC_2 peuvent-ils n'avoir aucune valeur en commun ?

PARTIE C : **Estimation du coût des sinistres**

Dans ce qui suit, on s'intéresse au coût d'une certaine catégorie de sinistres survenus dans l'entreprise pendant l'année considérée.

On considère un échantillon de 100 véhicules ayant subi un sinistre de la catégorie considérée. Ce parc contient suffisamment de véhicules pour qu'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec

remise.
On constate que le coût moyen de ce type de sinistre dans cet échantillon est de 1200 € et avec un écart-type de 200.

1. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne μ du coût et de son écart-type σ de cette catégorie de sinistre pour les véhicules de ce parc.
2. Donner un intervalle de confiance de cette moyenne μ :

   ⇝ avec un risque de 10% ⇝ avec un risque de 1%

3. Peut-on en déduire que la moyenne μ est obligatoirement comprise entre ... et ... ? Expliquer.
4. Déterminer quelle devrait être la taille minimale de l'échantillon à étudier pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance de la moyenne soit inférieure ou égale à ..., au seuil de 1%

PARTIE D : Etude du coût des sinistres

On considère la variable aléatoire C qui, à chaque sinistre tiré au hasard parmi les sinistres de cette catégorie, associe son coût en euros. On suppose que C suit la loi normale de paramètre $\mu = 1\,200$ et $\sigma = 201$.

1. Calculer la probabilité qu'un sinistre tiré au hasard parmi les sinistres de ce type coûte entre 1 000 et 1 500.
2. Déterminer α à l'unité près tel que $P(C \leq \alpha) = 0.9$. Interpréter la valeur trouvée dans le contexte de l'exercice.

Paramètre de la population totale à estimer	Valeur du paramètre dans l'échantillon de taille n	Estimation ponctuelle pour la population totale	Estimation par intervalle de confiance au niveau de confiance $1-\alpha$ pour la population totale
Fréquence	f	$p = f$	$\left[f - u_\alpha\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}} ; f + u_\alpha\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}\right]$
Moyenne	$\overline{x}$	$\mu = \overline{x}$	$\left[\overline{x} - u_\alpha\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \overline{x} + u_\alpha\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$
Écart-type	s_n	$\sigma = s_n\sqrt{\dfrac{n}{n-1}}$	