Nom : .... **Prénom :** .... **Classe : BTS**

INTERRO N° 2

Exercice 1 : **Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-4}.** **(4.5 points)**

Un garagiste choisit 10 pneus au hasard dans son stock. On suppose que le stock est assez important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise de 10 pneus.
La probabilité qu'un pneu pris au hasard ait un défaut est $0,065$.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 pneus, associe le nombre de pneus de ce prélèvement qui présentent un défaut.

1. *Justifier que la variable aléatoire* X *suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.*
   On répète 10 fois de manière **identique** et **indépendante** l'expérience « choisir un pneu ». Un pneu est :
   - Soit conforme (**échec**)
   - Soit non conforme (**succès de probabilité** $p = 0.065$)

   X compte le nombre de succès dans ce schéma de Bernoulli, **donc** X **suit la loi binomiale de paramètres** $n = 10$ **et** $p = 0.065$
2. *Calculer la probabilité qu'aucun pneu de ce prélèvement n'ait un défaut.* $P(X = 0) \simeq 0.5106$
3. *En déduire la probabilité qu'au moins un pneu de ce prélèvement présente un défaut.* $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \simeq 0.4894$
4. *Calculer la probabilité qu'au plus deux pneus de ce prélèvement présentent un défaut.* $P(X \leq 2) \simeq 0.9767$
5. *Calculer l'espérance mathématique de* X. *Interpréter.* $E(X) = n \times p = 10 \times 0.065 = 0.65$
   Sur un **grand nombre de lots de 10 pneus**, on peut espérer trouver 0.65 **pneu non conforme en moyenne par lots**.
6. *Calculer l'écart-type de* X. $\sigma(X) = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{0.65 \times 0.935} \simeq 0.7796$

Exercice 2 : **Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-6}** **(5.5 points)**

Un fournisseur d'accès à Internet étudie les défaillances de son système de transmission par ADSL.
Les données utilisateur sont transmises par trames de 53 octets. Dans une connexion, on prélève une trame (donc 53 octets) au hasard. La connexion est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage au hasard et avec remise de 53 octets parmi l'ensemble des octets transmis lors de la connexion.
On suppose que la probabilité qu'un octet prélevé au hasard dans la connexion contienne une erreur est $0,03$.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 53 octets ainsi défini, associe le nombre d'octets contenant une erreur.

1. *Justifier que la variable aléatoire* X *suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.*
   On répète 53 fois de manière **identique** et **indépendante** l'expérience « choisir un octet ». Un octet est :
   - Soit défaillant (**succès de probabilité** $p = 0.03$)
   - Soit non défaillant (**échec**)

   X compte le nombre de succès dans ce schéma de Bernoulli, **donc** X **suit la loi binomiale de paramètres** $n = 53$ **et** $p = 0.03$
2. *Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, exactement 10 octets contiennent une erreur.* $P(X = 10) \simeq 0.000003$
3. *La connexion internet ralentit visiblement pour l'utilisateur lorsqu'au moins 5 octets contiennent des erreurs.*
   Calculer la probabilité que la connexion ne ralentisse pas visiblement pour l'utilisateur.

   On veut $P(X < 5) = P(X \leq 4) \simeq 0.978835$
4. *Un utilisateur d'internet perd patience et contacte l'assitance du fournisseur lorsqu'au moins 8 octets contiennent une erreur.*
   Calculer la probabilité qu'un utilisateur contacte l'assistance du fournisseur. $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) \simeq 0.000174$
5. *Calculer l'espérance mathématique de* X. *Interpréter.* $E(X) = np = 53 \times 0.03 = 1.59$
   Sur un **grand nombre de trames** (lots de 53 octets), on peut espérer trouver 1.59 **octets défaillants en moyenne par trame.**
6. *Calculer l'écart-type de* X. $\sigma(X) = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{1.59 \times 097} \simeq 1.241893$