

∞ DEVOIR SURVEILLÉ ∞

CORRECTION

Exercice 1 :

4 points

- $|4x-2|=3 \iff 4x-2=3$ ou $4x-2=-3 \iff \dots \iff x=\frac{5}{4}$ ou $x=-\frac{1}{4}$
- $|x+5|=|3-2x| \iff x+5=3-2x$ ou $x+5=-(3-2x) \iff \dots \iff x=-\frac{2}{3}$ ou $x=8$
- $|4-2x|>3 \iff 4x-2>3$ ou $4x-2<-3 \iff \dots \iff x>\frac{7}{2}$ ou $x<\frac{1}{2}$
- $\left|\sin x - \frac{1}{2}\right| \leq 1 \iff -1 \leq \sin(x) - \frac{1}{2} \leq 1 \iff \dots \iff -\frac{1}{2} < \sin(x) < \frac{3}{2}$
 Un cercle trigonométrique donne alors $x \in \left] -\pi; -\frac{5\pi}{6} \right[\cup \left] -\frac{\pi}{6}; \pi \right[$

Exercice 2 : On considère sur \mathbb{R} la fonction f définie par $f(x) = |3x+1| - |1-x| + 3$. 6 points

- Si $3x+1 \geq 0$ alors $|3x+1| = 3x+1$
 Sinon $|3x+1| = -(3x+1)$
 Ainsi : $|3x+1| = \begin{cases} 3x+1 & \text{Si } x \geq -\frac{1}{3} \\ -3x-1 & \text{Sinon} \end{cases}$

 Si $1-x \geq 0$ alors $|1-x| = 1-x$
 Sinon $|1-x| = -(1-x)$
 Ainsi : $|1-x| = \begin{cases} 1-x & \text{Si } x \leq 1 \\ x-1 & \text{Sinon} \end{cases}$
- $f(x) = |3x+1| - |1-x| + 3$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
Expression de $ 3x+1 $	$-3x-1$	0	$3x+1$	$3x+1$
Expression de $ 1-x $	$1-x$		0	$x-1$
Expression de $f(x)$	$-2x+1$		$4x+3$	$2x+5$

Finalement si $x < -\frac{1}{3}$ on a $f(x) = -3x-1 - (x-1) + 3 = -4x+3$

Si $-\frac{1}{3} \leq x < 1$ on a $f(x) = 3x+1 - (x-1) + 3 = 2x+2$

Si $x \geq 1$ on a $f(x) = 3x+1 - (1-x) + 3 = 4x+3$

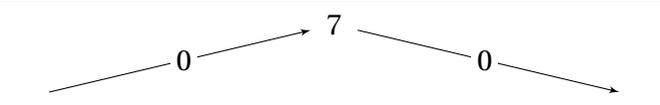
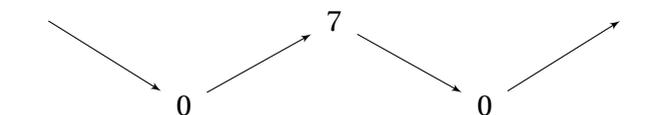
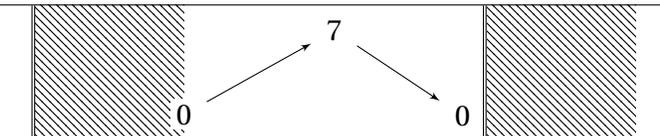
3. On en déduit

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
Variations de f		\swarrow	\searrow	
		$\frac{5}{3}$		

4. Représenter f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique = 1 cm).
5. Si $x < -\frac{1}{3}$ alors $f(x) = 10 \iff -2x+1 = 10 \iff \dots \iff x = -\frac{9}{2} < -\frac{1}{3}$ donc $-\frac{9}{2}$ est un antécédent de 10 sur $]-\infty; -\frac{1}{3}[$
- Si $-\frac{1}{3} \leq x < 1$ alors $f(x) = 10 \iff 4x+3 = 10 \iff \dots \iff x = \frac{7}{4} \notin]-\frac{1}{3}; 1[$ donc il n'y a pas d'antécédent pour 10 sur $]-\frac{1}{3}; 1[$
- Si $x \geq 1$ alors $f(x) = 10 \iff 2x+5 = 10 \iff \dots \iff x = \frac{5}{2} > 1$ donc $\frac{5}{2}$ est un antécédent de 10 sur $]1; +\infty[$
- Au final, 10 possède deux antécédents par f .

 **Exercice 3** : On donne le tableau de variations d'une fonction u :

2 points

x	$-\infty$	1	4	6	$+\infty$
Variations de u					
Variations de $ u $					
Variations de \sqrt{u}					

 **Exercice 4** :

5 points

Déterminer les tableaux de variations de chacune des fonctions suivantes, sur le plus grand ensemble possible, par la méthode des tableaux de variations successifs :

$$f(x) = 4 - 2|x| \qquad g(x) = \frac{1}{|4 - 2x|} \qquad h(x) = 5 - \frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $ x $			
Variations de $-2 x $			
Variations de $4 - 2 x $			

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Variations de $4 - 2x$	↘ 0 ↘		
Variations de $ 4 - 2x $	↘ 0 ↗		
Variations de $\frac{1}{ 4 - 2x }$	↗ ↘		

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$+\infty$
Variations de x^2	↘ 0 ↗				
Variations de $-2x^2$	↗ 0 ↘				
Variations de $4 - 2x^2$	↗ 0 ↗ 4 ↘ 0 ↘				
Variations de $\sqrt{4 - 2x^2}$		0 ↗	2 ↘	0 ↘	
Variations de $\frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$		↘	$\frac{1}{2}$ ↗	↗	
Variations de $-\frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$		↗	$\frac{1}{2}$ ↘	↘	
Variations de $5 - \frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$		↗	$\frac{9}{2}$ ↘	↘	

Exercice 5 : On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$

3 points

1. On cherche x tel que $4 - 2x \geq 0 \iff \dots \iff x \leq 2$.

Donc $D_f =]-\infty; 2]$

2. Soient x et y appartenant à D_f tels que $x < y \leq 2$.

Alors $-2x > -2y \geq -4 \iff 4 - 2x > 4 - 2y \geq 0 \iff \sqrt{4 - 2x} > \sqrt{4 - 2y} \geq 0 \iff f(x) > f(y) \geq 2$

L'ordre des images et des antécédents est inversé : La fonction f est strictement décroissante sur D_f .