

DEVOIR MAISON 3BIS : RÉVISIONS

Exercice 1 :

★★

Une urne contient $n+5$ boules : 5 blanches et n noires ($n \geq 3$). Tous les tirages sont supposés équiprobables. Norbert tire des boules de l'urne. Pour chaque boule noire tirée, il perd 3 € et pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 €.

PARTIE A :

Une seule boule

Dans cette partie Norbert tire une seule boule.

On désigne par X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique de Norbert.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau.
3. Exprimer $E(X)$ en fonction de n .
4. Déterminer les valeurs prises par n pour lesquelles le jeu est défavorable.

PARTIE B :

Deux boules avec remise

Dans cette partie, Norbert tire deux boules, successivement et avec remise.

On définit par Y la variable aléatoire égale à son gain.

1. Quelles sont les valeurs prises par Y ?
2. Déterminer la loi de probabilité de Y sous forme d'un tableau.
On pourra s'aider d'un arbre que l'on dessinera
3. Exprimer $E(Y)$ en fonction de n .
4. Déterminer les éventuelles valeurs prises par n pour lesquelles le jeu est défavorable.

PARTIE C :

Deux boules sans remise

Dans cette partie, Norbert tire deux boules, successivement et sans remise.

On définit par Z la variable aléatoire égale à son gain.

1. Quelles sont les valeurs prises par Z ?
2. Déterminer la loi de probabilité de Z sous forme d'un tableau.
On pourra s'aider d'un arbre que l'on dessinera
3. Exprimer $E(Z)$ en fonction de n .
4. Déterminer les éventuelles valeurs prises par n pour lesquelles le jeu est défavorable.

PARTIE D :

Avec une mise de départ

Dans cette question, pour pouvoir jouer, on doit donner 4 €.

1. Dans les trois cas précédents, quelle est la nouvelle espérance ?
Ne refaites surtout pas l'exercice en entier ! Pensez à utiliser la formule adéquate qui donne le résultat en une ligne ...
2. Accepteriez-vous de jouer à l'un de ces jeu ? Le(s)quel(s) et pourquoi ?

Exercice 2 :

★

Soient P et T les trinômes définis sur \mathbb{R} par :

$$P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5 \quad \text{et} \quad T(x) = -x^2 + 9x - 13$$

On appelle respectivement \mathcal{C}_P et \mathcal{C}_T leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé.

1. **a.** Etablir les tableaux de signes des trinômes P et T .
b. Calculer $P(0)$ et $T(0)$.
2. Dédurre de la question 1 les réponses aux questions suivantes :

- a. Déterminer les éventuels points d'intersections de la courbe \mathcal{C}_P avec les axes du repère.
 - b. Même question pour \mathcal{C}_T .
 - c. Pour quelles valeurs de x la parabole \mathcal{C}_P est-elle située au-dessus de l'axe des abscisses?
 - d. Même question pour \mathcal{C}_T .
3. a. Déterminer les **coordonnées** des points d'intersection de \mathcal{C}_P et \mathcal{C}_T .
Remarque : Des coordonnées sont des couples de points, j'attends donc une abscisse et une ordonnée pour chaque point trouvé!
- b. Pour quelles valeurs de x la courbe \mathcal{C}_P est-elle située au-dessus de la courbe \mathcal{C}_T . *Justifier.*

**Exercice 3 :**

★★★

Le but de cet exercice est de résoudre l'équation (E) suivante :

$$2\sin^3 x + \cos^2 x - 5\sin x - 3 = 0$$

Remarque : (E) est le nom de l'équation et non de l'expression du membre de gauche de l'équation, comme certains pourraient le penser ...

PARTIE A :**Echauffement**

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations trigonométriques suivantes :

a. $\sin x = -1$

b. $\sin x = 2$

c. $\sin x = -\frac{1}{2}$

2. Montrer que résoudre l'équation (E) revient à résoudre l'équation :

$$2\sin^3 x - \sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

PARTIE B :**Polynômes**

On considère le polynôme définie sur \mathbb{R} par :

$$P(X) = 2X^3 - X^2 - 5X - 2$$

Remarque : La lettre X est une majuscule, et il est souhaitable que vous respectiez ces notations pour la suite de l'exercice, puisque la lettre x désigne déjà une autre quantité (celle cherchée dans l'équation (E))

1. Vérifier que $P(-1) = 0$.
2. Déterminer trois nombres réels a , b et c vérifiant :

$$P(X) = (X + 1)(aX^2 + bX + c)$$

3. En déduire les solutions de l'équation $P(X) = 0$.

PARTIE C :**Trigonométrie**

1. En posant $X = \sin x$ et en utilisant les résultats des questions précédentes donner l'ensemble des solutions de l'équation (E).
2. Placer à la règle et au compas sur un cercle trigonométrique ces solutions.