RÃĽVISION BAC BLANC 3
INTÉGRATION

Exercice 1. (6 points)

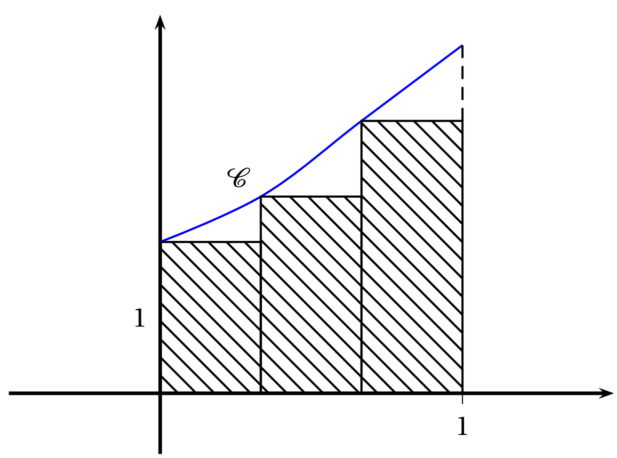
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}.$$

1. (a) Vérifier que $f(x) = 2\left(e^{\frac{1}{2}x} + \frac{1}{2}xe^{\frac{1}{2}x}\right)$pour tout réel x.
   (b) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter graphiquement.
   (c) Démontrer que pour tout réel x, $f'(x) = \frac{1}{2}(x+4)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$.
   (d) Etablir le tableau de variation de f puis le tableau de signe de f sur $\mathbb{R}$.
2. On pose $\mathrm{I} = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$
   (a) Interpréter géométriquement le réel I.
   On donne l'algorithme ci-dessous.

Variables :	k et n sont des nombres entiers naturels.
	s est un nombre réel.
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n.
Initialisation :	Affecter à s la valeur 0.
Traitement :	Pour k allant de 0 à $n-1$
	| Affecter à s la valeur $s + \frac{1}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$.
	Fin de boucle.
Sortie :	Afficher s.

   On note s_n le nombre affiché par cet algorithme lorsque l'utilisateur entre un entier naturel strictement positif comme valeur de n.
   (b) Justifier que s_3 représente l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine hachuré sur le graphique ci-dessous où les trois rectangles ont la même largeur.



   (c) Que dire de la valeur de s_n fournie par l'algorithme proposé lorsque n devient grand ?
3. (a) Soient u et v les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x$ et $v(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$. Vérifier que $f = 2\left(u'v + uv'\right)$.
   (b) En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$ puis calculer la valeur exacte de I, enfin donner $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$.

Exercice 2. Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une justification est demandée. *Une réponse exacte rapport 0.75 point ; une réponse inexacte enlève 0.25 point ; l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*
Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

1. Une solution de l'équation $2z + \overline{z} = 9 + i$ est :

   (a) 3 (b) i (c) $3 + i$

2. Soit z un nombre complexe ; $|z + i|$ est égal à :

   (a) $|z| + 1$ (b) $|z - i|$ (c) $|i\overline{z} + 1|$

3. Soit n un entier naturel. Le complexe $\left(\sqrt{3} + i\right)^n$ est un imaginaire pur si et seulement si :

   (a) $n = 3$ (b) $n = 6k + 3$, avec $k \in \mathbb{Z}$ (c) $n = 6k$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

4. Soient A et B deux points d'affixes respectives i et -1. L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z - i| = |z + i|$ est :

   (a) La droite (AB) (b) Le cercle de diamètre [AB] (c) la droite perpendiculaire à (AB) passant par O.

5. Soient A et B les points d'affixes respectives 4 et $3i$. L'affixe du point C tel que le triangle ABC soit isocèle avec $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ est :

   (a) $1 - 4i$ (b) $-3i$ (c) $7 + 4i$

6. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\dfrac{z-2}{z-1} = z$ est :

   (a) $\{1 - i\}$ (b) L'ensemble vide (c) $\{1 - i; 1 + i\}$