☙ Logarithme Népérien. ☙
Fiche Résumé

Définition 1.

Pour tout nombre réel strictement positif λ, le logarithme népérien de λ est l'unique solution de l'équation $e^x = \lambda$. Ce qui donne :

1. $e^{\ln\lambda} = \lambda$ avec $\lambda > 0$
2. $\ln e^x = x$ avec $x \in \mathbb{R}$.
3. $\ln 1 = 0$.
4. $\ln e = 1$.

Théorème 1. (Propriété Algébrique)

Pour tout réel strictement positif x et y et pour tout entier relatif n on a :

1. $\ln(xy) = \ln x + \ln y$
2. $\ln \dfrac{x}{y} = \ln x - \ln y$
3. $\ln(x^n) = n \ln x$
4. $\ln \sqrt{x} = \dfrac{1}{2} \ln x$

Théorème 2. (Signe, variation et dérivée de ln)

La fonction $x \longmapsto \ln x$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$. $\ln x > 0 \iff x > 1$ et $\ln x < 0 \iff 0 < x < 1$.
De plus

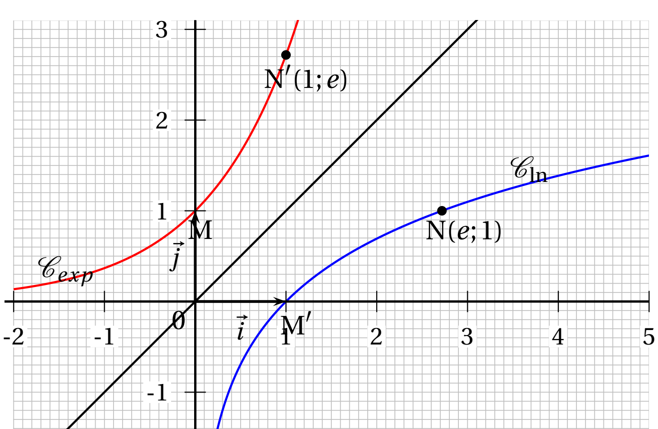
$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \qquad \text{et} \qquad (\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

Théorème 3. (*Limites faisant intervenir le logarithme népérien*)

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$, avec $n \in \mathbb{N}^*$
5. $\lim\limits_{x\to 0^+} x \ln x = 0$
6. $\lim\limits_{x\to 0^+} x^n \ln x = 0$, avec $n \in \mathbb{N}^*$
7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 1$

Les courbes $\mathscr{C}_{exp}$ et $\mathscr{C}_{\ln}$ sont symétriques par rapport à la droite Δ d'équation $y = x$.

x	0		1		e		$+\infty$
Signe de $\dfrac{1}{x}$				$+$			
Variation de $\ln x$	$-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$



D. Zancanaro
zancanaro.math@gmail.com