

~ RÉVISIONS ~ LES BASES

Exercice 1 :

Problème de Luc Chatel

10 objets identiques coûtent ensemble 22 €. Combien coûtent 15 de ces objets ?

Exercice 2 :

Comprendre un énoncé

Un berger a 27 brebis. Toutes meurent sauf 9. Combien en reste-t-il ?

Exercice 3 :

Argumenter

Un magasin propose les deux promotions suivantes : -20% et -20€
Laquelle est la plus avantageuse financièrement ? Pourquoi ?

Exercice 4 :

Chronométré, sans calculatrice

1. Effectuer les quatre opérations suivantes en moins de 20 secondes chacune :

$$3 + \frac{1}{4} \qquad 5 \times \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \qquad \frac{3}{4} \div \frac{2}{7}$$

2. Compléter les égalités manquantes en moins de 30 secondes chacune.

$4 + \dots = 2 \times 6$

$5 - \dots = -2 \times (-3)$

$2 + 3 \times \dots = 4$

$2x + 5 = x - 2 + \dots$

3. Répondre à chaque problème posé en moins d'une minute chacun.

- Dans une classe de seconde, il y a 15 garçons et 20 filles. Les deux-tiers des garçons et le quart des filles sont demi-pensionnaires. Combien y-a-t-il d'élèves de cette classe demi-pensionnaires ?
- Dans un triangle rectangle en C, le côté [AB] mesure 6 cm, le côté [BC] mesure 5 cm. Donner la valeur exacte de la longueur du côté [AC].

Exercice 5 :

Somme et différence

Trouver deux nombres entiers dont la somme vaut 281 et dont la différence vaut 111.

Exercice 6 :

Division euclidienne

La somme de deux entiers naturels x et y est 157. Dans la division euclidienne de x par y , le quotient vaut 6 et le reste 17. Déterminer x et y .

Exercice 7 :

Stats et Effet Placebo

Un hôpital veut tester l'efficacité d'un nouveau médicament sur une maladie. Parmi les patients se présentant ce jour-là avec cette maladie, 120 acceptent de participer au test. On détermine alors deux groupes par tirage au sort :

- Le groupe A est composé de 70 patients, on leur administre le nouveau médicament.
- Le groupe B est composé des 50 autres patients, on leur administre un placebo, c'est-à-dire un comprimé de même apparence mais ne contenant pas de médicament.

Les patients ne connaissent pas leur groupe et ne savent donc pas s'ils ont reçu le médicament ou le placebo. On a observé l'évolution de la maladie et on a relevé chaque jour le nombre de personnes toujours malades.

Pour le groupe A on a obtenu :

Jour	1	2	3	4	5	6
Nombre de patients malades	70	42	35	21	7	0

Pour le groupe B on a obtenu :

Jour	1	2	3	4	5	6
Nombre de patients malades	50	42	35	25	5	1

1. Si l'on regarde les résultats au bout de 5 jours, peut-on dire que le médicament testé est efficace ? Argumenter.
2. Si l'on regarde les résultats au bout de 3 jours, peut-on dire que le médicament testé est efficace ? Argumenter.
3. Avec un ancien médicament, les résultats ont été constatés sur plusieurs années. Le tableau suivant donne les pourcentages de personnes encore malades en fonction du nombre de jours écoulés :

Jour	1	2	3	4	5	6
Pourcentage de patients malades	100	70	50	30	10	0

Peut-on alors dire que le nouveau médicament testé sur les patients du groupe A est plus efficace ?

Exercice 8 :

Problème ouvert

Le décor d'une pièce de théâtre a été réalisé. Il mesure 2,80 m de hauteur et 2 m de large et est représenté sur la figure 1. Pour maintenir le décor à la verticale, le technicien du théâtre propose de construire deux soutiens identiques qui seront placés à gauche et à droite à l'arrière du décor.

Un soutien est constitué de deux poutres : l'une horizontale située à 1 m du sol, l'autre oblique, comme sur la figure 2. Au sol, la distance entre le décor et le soutien est de 1,10 m.

Sur les figures ci-dessous, les dimensions ne sont pas respectées.

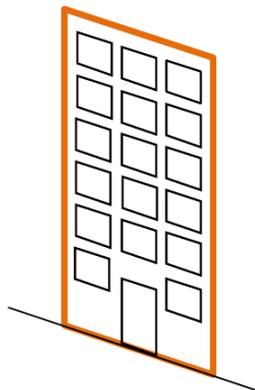


Figure 1

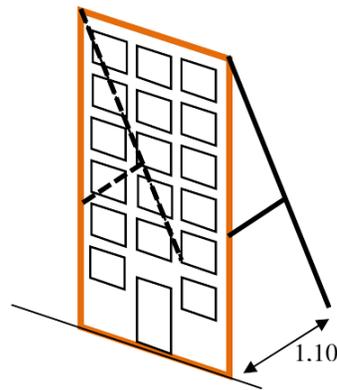
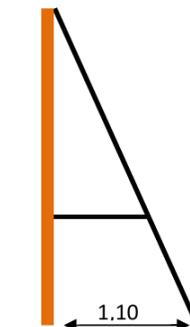


Figure 2



Vue de profil

Pour fabriquer chaque soutien, le technicien dispose d'une poutre de 4 m. Est-ce suffisant ? Argumenter.

Exercice 9 :

Voici trois programmes de calculs :

Programmes de calculs



Algorithme 1 : Norbert

1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 2.
3. Multiplier par 3.
4. Enlever 10.
5. Prendre l'opposé du résultat.
6. Donner le résultat.



Algorithme 2 : Fabrice

1. Choisir un nombre.
2. Multiplier par 3.
3. Enlever 4.
4. Multiplier par 2.
5. Donner le résultat.



Algorithme 3 : Myriam

1. Choisir un nombre.
2. Multiplier par -3 .
3. Ajouter 4.
4. Donner le résultat.

1. Quels résultats donnent les programmes de Norbert et de Fabrice si tous les deux choisissent le nombre 2 ?
2. Myriam effectue son programme, elle obtient 3 comme résultat. Quel nombre avait-elle choisi pour faire fonctionner son programme ?

- Myriam affirme que son programme donne les mêmes résultats que celui de Norbert. A-t-elle raison ? Pourquoi ?
- Norbert et Fabrice choisissent le même nombre et obtiennent, avec leur programme respectif, le même résultat. Quel nombre ont-ils choisi ? Expliquer.

 **Exercice 10 :**

Gérer les fractions

- Écrire chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible :

(a) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$

(c) $\frac{1}{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\frac{1}{5}}$

(d) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+2}}}$

- La somme des inverses de deux nombres est-elle égale à l'inverse de la somme de ces deux nombres ?
 - La différence des inverses de deux nombres est-elle égale à l'inverse de la différence de ces deux nombres ?

 **Exercice 11 :**

Mise en équation de problème

Il faut nettoyer les allées d'un espace vert. La remorque tractée du jardinier pèse à vide 50kg. Quand elle est remplie de feuilles, elle pèse 55kg, mais quand elle est remplie de glands, elle pèse 80kg.

Le jardinier a rempli et vidé 10 remorques, ce qui représente une masse totale de 112.5kg de déchets verts.

Quelles sont les masses respectives, exprimées en kg, de feuilles et de glands qu'il a ramassés ?

 **Exercice 12 :**

Mise en équation de problème

Un rectangle a un périmètre de 176 m. En augmentant la longueur de 3 m, l'aire augmente de 105 m². Quelles étaient les dimensions du rectangle initial ?

 **Exercice 13 :**

Mise en équation de problème

Charlie est un enfant très gourmand. Pour son anniversaire, il a reçu une boîte de 28 caramels. Chaque jour, il en mange le double de la veille. En trois jours, il a tout mangé.

Combien de caramels Charlie a-t-il mangé le premier jour ?

 **Exercice 14 :**

Observations sur les racines carrés

- Rappeler la définition de la racine carré d'un nombre réel a positif.

- Comparer $\sqrt{4^2}$ et $\sqrt{(-4)^2}$, puis $\sqrt{37^2}$ et $\sqrt{(-37)^2}$.

- Compléter les égalités suivantes :

– Si a est un nombre réel positif, alors $\sqrt{a^2} = \dots$

– Si a est un nombre réel négatif, alors $\sqrt{a^2} = \dots$

On appelle ce nombre la **valeur absolue** de a et on le note $|a|$.

Il s'agit en fait de la distance à 0 d'un nombre, représenté sur un axe gradué.

- Ecrire *si possible* les nombres suivants sans radicaux ni valeur absolue.

$$\sqrt{\frac{7^2}{9}} \quad \sqrt{-16^2} \quad \sqrt{\left(-\frac{2}{9}\right)^2} \quad \sqrt{4(2-\pi)^2} \quad |-5| \quad |5| \quad |3.14-\pi| \quad |0|$$

- Comparer $\sqrt{9+16}$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16}$
 - Trouver deux nombres réels a et b tels que $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
 - Quelle remarque pouvez-vous faire ?

 **Exercice 15** : On donne $\sqrt{2} \approx 1.41$ et $\sqrt{3} \approx 1.73$.

Ordre de grandeur, sans calculatrice

1. Pouvez-vous donner facilement (et sans calculatrice) un ordre de grandeur des valeurs suivantes ?

$$A = \sqrt{72} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8} \quad B = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad C = \frac{1}{1 + \sqrt{3}}$$

2. (a) Ecrire A en fonction de $\sqrt{2}$. En déduire un ordre de grandeur de A.
 (b) Ecrire B sous la forme d'une fraction de dénominateur 2. En déduire un ordre de grandeur de B.
 (c) Montrer que $C = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$. En déduire un ordre de grandeur de C.
3. Déterminer un ordre de grandeur des valeurs suivantes, après avoir changé leur écriture :

$$D = \sqrt{2} \times \sqrt{54} \quad E = \sqrt{\frac{4}{3}} \quad F = \frac{2}{1 - \sqrt{3}} \quad G = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

4. **Application** : Un triangle rectangle isocèle a son hypoténuse qui mesure 10 cm.
 Déterminer un ordre de grandeur de la longueur des deux autres côtés

 **Exercice 16** :

1. Calculer $(3\sqrt{5}-4)^2$ et $(2\sqrt{6}-5)^2$
 2. En déduire une autre écriture de $\sqrt{61-24\sqrt{5}}$ et $\sqrt{49-20\sqrt{6}}$

 **Exercice 17** :

Un peu d'exposants

1. Quelle est la somme des chiffres du nombre $N = 10^{2013} - 2013$?
 2. Ecrire les nombres suivants sans exposants :

$$(-2)^4 \quad -2^4 \quad -2^{-4} \quad (-2)^{-4} \quad \frac{2^{n+1}}{2^n} \text{ où } n \text{ désigne un entier naturel}$$

3. Simplifier au maximum : $A = (3^7 \times 2^{-6})^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$ $B = \frac{4^{-2}}{4 \times 49^{-3}} \times \left(-\frac{4}{7}\right)^5$

 **Exercice 18** : Résoudre les équations suivantes.

Equations triviales

1. $2x = 0$ 3. $4x + 3 = 3$ 5. $5x + \frac{8}{2} = -3$ 6. $-7x + 1 = 3$ 8. $-\frac{5}{6}x - \frac{1}{2} = -1$
 2. $x + 2 = 1$ 4. $3x - 1 = 4$ 7. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

 **Exercice 19** :

Equations « produit »

1. Résoudre les équations « produit nulle » suivantes :
- (a) $(5x+1)(-3x+4) = 0$ (c) $(5-2x)^2 = 0$ (e) $(3(2t-1))^2 = 0$
 (b) $(x-2)(x+3)(x+1) = 0$ (d) $3(2t-1)^2 = 0$ (f) $(2y-1)^2(y+2) = 0$
2. (a) Peut-on utiliser la même méthode pour résoudre l'équation $(5x+1)(-3x+4) = 4$? Expliquer.
 (b) Développer l'expression $(5x+1)(-3x+4)$. Résoudre alors l'équation $(5x+1)(-3x+4) = 4$.
3. Savez-vous résoudre l'équation $(5x+1)(-3x+4) = 1$?

 **Exercice 20 :****Développer**

Développer les expressions suivantes :

1. $(x-1)(x+2)$

4. $(4x^2 - 4x + 1)(x+1)$

7. $(2y-1)^2(y+2)$

2. $(5x+1)(3x+1)$

5. $(2x-1)(x+3)(x+1)$

8. $3(2t-1)^2$

3. $x(x+4)$

6. $(5-2x)^2$

9. $(3(2t-1))^2$

 **Exercice 21 :****Sans calculatrice**

1. Développer $(x+y)^2 - (x-y)^2$

2. Sans calculatrice, calculer $10001^2 - 9999^2$

 **Exercice 22 :****Problème de maximum**

1. Montrer que $-t^2 + 6t - 6 = 3 - (t-3)^2$

2. Pour quelle valeur de t l'expression précédente admet-elle sa valeur maximale ?¹

 **Exercice 23 :** Factoriser les expressions suivantes.**Factoriser**

1. $2x(x-1) + 3x$

6. $25 - (x+1)^2$

2. $x^2 - 6x$

7. $2x(x+3) + 4x + 12$

3. $35x - 15$

8. $x^2 - 20x + 100$

4. $(x+1)(x+2) + 5(x+2) + (x+2)(2x-1)$

9. $(9x^2 - 25) + (6x + 10)$

5. $xy + 4xz$

10. $x^2 - 4x + 4 - (x-2)(7-x)$

 **Exercice 24 :****Sans calculatrice**

Le but de cet exercice est de calculer le nombre suivant :

$$A = 83\,875\,683\,470^2 - 83\,875\,683\,469 \times 83\,875\,683\,471$$

1. Que donne ce calcul avec la calculatrice ?

2. On pose $a = 83\,875\,683\,470$. Exprimer A en fonction de a , puis en simplifiant déterminer A.

3. Conclure.

 **Exercice 25 :****Systèmes linéaires**

Résoudre les systèmes d'équations suivants par substitution ou combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 7 \\ 6x + y = -6 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x - 3y = 31 \\ 4x + 5y = 5 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 6x + 2y = 4 \\ -2x - y = 1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} -2x - y = -6 \\ 100x - 20y = -240 \end{cases}$$

1. On remarquera que quelque soit la valeur de t l'expression $(t-3)^2$ est positive ou nulle.