

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ 2 FONCTION ET LECTURE GRAPHIQUE.

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

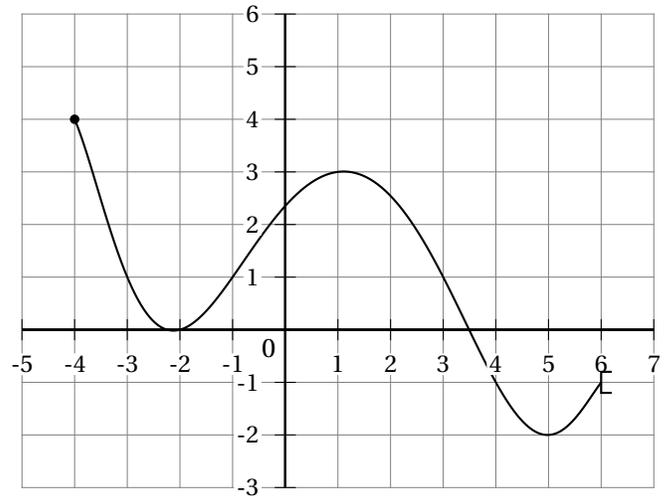
Exercice 1 :

7 points

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4;6]$ pour répondre **graphiquement** aux questions suivantes.

- Déterminer l'image de -4 par la fonction f .
L'image de -4 est 4.
- Que vaut $f(5)$?
 $f(5) = -2$.
- Déterminer s'ils existent :
 - les antécédents de 3 par la fonction f .
3 admet deux antécédents qui valent approximativement 1 et $-3,5$.
 - les antécédents de 5 par la fonction f .
5 n'a pas d'antécédents.
- En laissant apparaître les traits de justification sur le graphique, résoudre :
 - l'équation $f(x) = -1$. Cet équation admet pour solution $x = 4$.
 - l'inéquation $f(x) < 0$. $f(x) < 0$ dès lors que $x > 3,5$.
- Etablir graphiquement le tableau de signes de la fonction f

x	-4	-2	$3,5$	6
f	$+$	0	$+$	0
				$-$
				\parallel



Exercice 2 :

6 points

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = (3x + 5)(1 - 4x)$$

- La fonction f admet-elle des valeurs interdites? Si oui, lesquelles?
L'expression $f(x)$ ne comporte ni racine carrée ni quotient, elle n'admet donc pas de valeurs interdites.
- En déduire son ensemble de définition D_f .
Puisque f n'admet pas de valeurs interdites :

$$D_f = \mathbb{R}$$

- Déterminer l'image par f de -2 .

$$f(-2) = (-6 + 5)(1 + 8) = -1 \times 9 = -9$$

- Calculer $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(3 \times \frac{1}{3} + 5\right) \left(1 - \frac{4}{3}\right) = 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -2$$

- Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f .
On cherche x tel que $f(x) = 0$ c'est-à-dire tel que $(3x + 5)(1 - 4x) = 0$. Il s'agit d'une équation produit nul admettant deux solutions :

$$3x + 5 = 0 \quad \text{ou} \quad 1 - 4x = 0$$

ce qui donne

$$3x = -5 \quad \text{ou} \quad -4x = -1$$

Et enfin :

$$x = -\frac{5}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{4}$$

6. (a) Développer $f(x)$.

On a pour tout réel x :

$$f(x) = (3x + 5)(1 - 4x) = 3x - 12x^2 + 5 - 20x = -12x^2 - 17x + 5$$

- (b) Utiliser cette dernière expression pour déterminer les antécédents de 5 par la fonction f .

On cherche x tel que :

$$-12x^2 - 17x + 5 = 5 \iff -12x^2 - 17x = 0 \iff 12x^2 + 17x = 0 \iff x(12x + 17) = 0$$

Encore une fois il s'agit d'une équation produit nul admettant deux solutions :

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 12x + 17 = 0$$

ce qui donne :

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{17}{12}$$

Exercice 3 :

7 points

Soit f la fonction définie par

$$h(x) = \frac{2x+1}{x+2}$$

1. La fonction h admet-elle des valeurs interdites ? Si oui, lesquelles ?

La division par 0 est une opération interdite, par conséquent si $x + 2 = 0$ c'est-à-dire si $x = -2$ le calcul de l'image est impossible. Il existe donc une valeur interdite qui est -2 .

2. En déduire son ensemble de définition D_h .

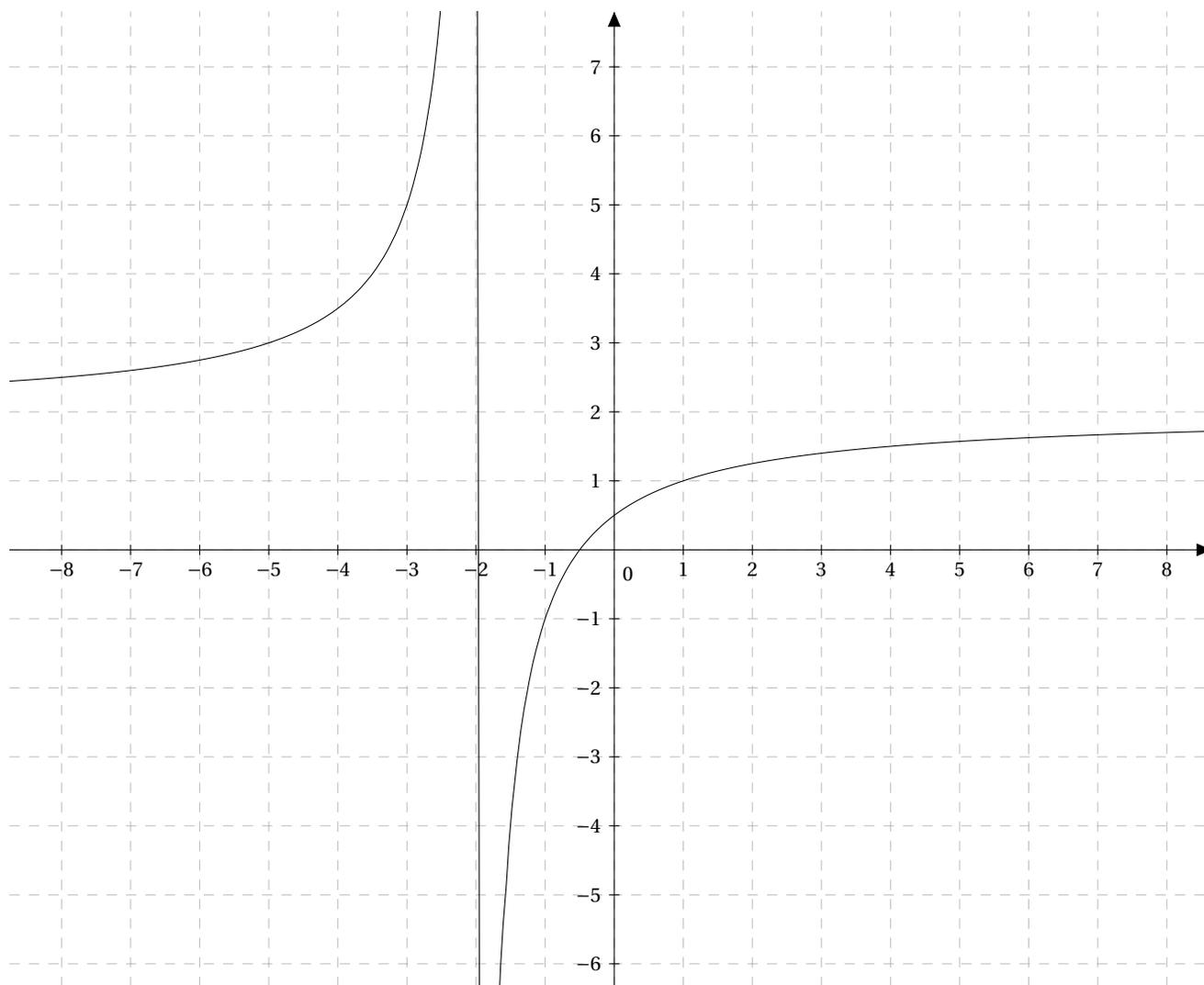
On en déduit immédiatement l'ensemble de définition :

$$D_h =]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$$

3. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-7	-5	-4	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	0	1	2	3	5	7
$h(x)$	$\frac{13}{5}$	3	3,5	5	8		-4	-1	0,5	1	1,25	1,4	$\frac{11}{7}$	$\frac{5}{3}$

4. Construire alors l'allure de la courbe représentative de la fonction h sur le graphique ci-dessous



5. Les points suivants appartiennent-ils à la courbe représentative de la fonction h ? **Justifier par un calcul !**

(a) A(4,5; 1,5)

$$h(4,5) = \frac{9+1}{6,5} = \frac{10}{\frac{13}{2}} = \frac{20}{13} \neq 1,5$$

On en déduit que A n'est pas sur la représentation graphique de h .

(b) B(-3,5;4)

$$h(-3,5) = \frac{-7+1}{-1,5} = \frac{-6}{-\frac{3}{2}} = \frac{12}{3} = 4$$

B est donc un point de la représentation graphique de h .

(c) C(13;1,8)

$$h(13) = \frac{27}{15} = \frac{9}{5} = 1,8$$

donc C est un point de la représentation graphique de h .

6. Déterminer les éventuels antécédents de 1 par la fonction h .

On cherche x tel que :

$$h(x) = 1 \iff \frac{2x+1}{x+2} = 1 \iff 2x+1 = x+2 \iff 2x-x = 2-1 \iff x = 1$$

Question Cactus (Bonus) : Un libraire achète un livre de collection 70 €, le vend 80 €, le rachète 90 € et le revend 100 €. Quel est son bénéfice? Justifier!

Ce cher libraire dépense $70 + 90 = 160\text{€}$ et reçoit : $80 + 100 = 180\text{€}$. Son bénéfice est donc de 20€.