

≈ RAPPEL SUR LES SUITES ≈ ARITHMÉTIQUES & GÉOMÉTRIQUES

Arithmétique

Définition 1.

Une suite u de premier terme u_0 et de raison r est **arithmétique** lorsque $\forall n \in \mathbb{N}$, on a

$$u_{n+1} = u_n + r$$

On considère désormais une suite arithmétique (u_n) de raison r .

Propriété 1.

Pour tout $n, p \in \mathbb{N}$, on a

↪ Relation entre u_n et u_p :

$$u_n = u_p + (n - p)r$$

↪ En particulier :

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = u_1 + (n - 1)r$$

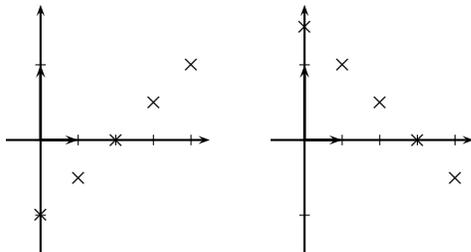
Représentation graphique dans le plan :

Ce sont les points d'abscisse entière positive de la droite de coefficient directeur r et passant par le point de coordonnées $(0; u_0)$

Exemple :

$$u_0 = -1 \text{ et } r = 0.5,$$

$$v_0 = 1 \text{ et } r = -0.5$$



Géométrique

Définition 2.

Une suite u de premier terme u_0 et de raison q est **géométrique** lorsque $\forall n \in \mathbb{N}$, on a

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

On considère désormais une suite géométrique (u_n) de raison q .

Propriété 2.

Pour tout $n, p \in \mathbb{N}$, on a

↪ Relation entre u_n et u_p :

$$u_n = u_p \times q^{n-p}$$

↪ En particulier :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

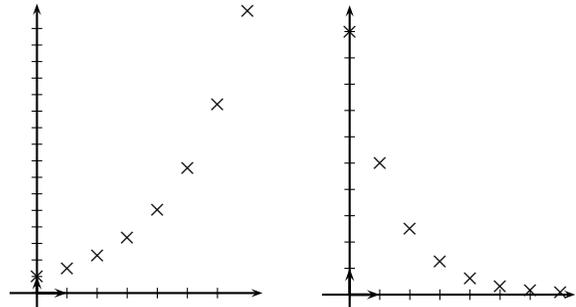
Représentation graphique dans le plan :

Si $q > 0$, ce sont les points d'abscisse entière positive d'une courbe exponentielle (que nous découvrirons plus tard).

Exemple :

$$u_0 = 1 \text{ et } r = 1.5,$$

$$v_0 = 5 \text{ et } r = 0.5$$



Théorème 1.

↪ Si $r > 0$ alors u est strictement croissante et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

↪ Si $r = 0$ alors u est constante ;

↪ Si $r < 0$ alors u est strictement décroissante et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$

Théorème 2.

Soit u une suite définie par : $u_n = q^n$ alors :

↪ Si $q = 0$ ou $q = 1$ alors u est constante égale à 0 (définie sur \mathbb{N}^*) ou à 1

↪ Si $q > 1$ alors u est croissante et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

↪ Si $0 < q < 1$ alors u est décroissante et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

↪ Si $-1 < q < 0$ alors u n'est pas monotone et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

↪ Si $q < -1$ alors u n'est pas monotone et diverge.

Théorème 3.

La somme S de n termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme p et de dernier terme d est :

$$S = n \times \frac{p + d}{2}$$

 **Exemple :**

$$u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 11 \times \frac{u_{10} + u_{20}}{2} = 2200$$

Théorème 4.

La somme S de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q \neq 1$ et de premier terme p est :

$$S = p \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

 **Exemple :**

$$v_1 + v_2 + \dots + v_{20} = v_1 \times \frac{1 - 1,03^{20}}{1 - 1,03} = 2767,65$$