Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°7

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

<u>Exercice</u> 1. **(7 points)**

On se propose de démontrer que $\sin x \leq x$ lorsque x est positif et $\sin x \geq x$ lorsque x est négatif. Pour cela on va étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin x - x$$

1. Démontrer que la fonction f est impaire. Quelle symétrie en déduit-on pour sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$?
2. Calculer $f(0)$ et déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. On se contente pour la suite d'étudier la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$
   (a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [0;+\infty[$.
   (b) Montrer que pour tout $x \in [0;+\infty[$ on a :
   $$f'(x) \leq 0$$
   (c) En déduire le tableau de variation de f sur $[0;+\infty[$.
4. Déduire de la symétrie de la courbe le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
5. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$. Déterminer α.
6. Conclure.

<u>Exercice</u> 2. **(3 points)**

Pour chacune des fonctions f proposées, préciser l'intervalle I sur lequel f est dérivable puis calculer $f'(x)$.

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ définie sur l'intervalle $[1;+\infty[$.
2. $f(x) = \sin(3x + 1)$ définie sur $\mathbb{R}$.
3. $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x + 1}$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°7

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

<u>Exercice</u> 3. **(7 points)**

On se propose de démontrer que $\sin x \leq x$ lorsque x est positif et $\sin x \geq x$ lorsque x est négatif. Pour cela on va étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin x - x$$

1. Démontrer que la fonction f est impaire. Quelle symétrie en déduit-on pour sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$?
2. Calculer $f(0)$ et déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. On se contente pour la suite d'étudier la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$
   (a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [0;+\infty[$.
   (b) Montrer que pour tout $x \in [0;+\infty[$ on a :
   $$f'(x) \leq 0$$
   (c) En déduire le tableau de variation de f sur $[0;+\infty[$.
4. Déduire de la symétrie de la courbe le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
5. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$. Déterminer α.
6. Conclure.

<u>Exercice</u> 4. **(3 points)**

Pour chacune des fonctions f proposées, préciser l'intervalle I sur lequel f est dérivable puis calculer $f'(x)$.

1. $f(x) = \sqrt{x^3 - 1}$ définie sur l'intervalle $[1;+\infty[$.
2. $f(x) = \cos(1 - 2x)$ définie sur $\mathbb{R}$.
3. $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^3 + 1}$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$