Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°5

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (10 points)

On considère les fonctions f et g définies par :

- $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{2 - x}$ pour $x \neq 2$.
- $g(x) = \dfrac{\sin x}{x}$ pour $x \neq 0$.

1. (a) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
   (b) Peut-on en déduire l'existence d'une asymptote pour la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ en $\pm\infty$?
2. Montrer que pour tout $x > 0$ on a :
$$-\frac{1}{x} \leq g(x) \leq \frac{1}{x}$$
En déduire la limite de g en $+\infty$.
Peut-on en déduire l'existence d'une asymptote pour la représentation graphique $\mathscr{C}_g$ en $+\infty$?
3. Déterminer, en vous inspirant de la question précédente, la limite de g en $-\infty$ et en déduire l'existence d'une asymptote à $\mathscr{C}_g$ en $-\infty$ que l'on précisera.
4. (a) Etablir le tableau de signe de $2 - x$.
   (b) En déduire les limites de f en 2^+ puis en 2^- ; en déduire l'existence d'asymptote à $\mathscr{C}_f$ que l'on précisera.
5. (a) Pour tout $x \neq 2$ calculer $f'(x)$.
   (b) Etudier le signe de $f'(x)$ en fonction de x.
   (c) Dresser le tableau de variation complet de f sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°5

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (10 points)

On considère les fonctions f et g définies par :

- $f(x) = \dfrac{-x^2 + x + 1}{x - 1}$ pour $x \neq 1$.
- $g(x) = \dfrac{\cos x + 1}{x}$ pour $x \neq 0$.

1. (a) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
   (b) Peut-on en déduire l'existence d'une asymptote pour la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ en $\pm\infty$?
2. Montrer que pour tout $x > 0$ on a :
$$0 \leq g(x) \leq \frac{2}{x}$$
En déduire la limite de g en $+\infty$.
Peut-on en déduire l'existence d'une asymptote pour la représentation graphique $\mathscr{C}_g$ en $+\infty$?
3. Déterminer, en vous inspirant de la question précédente, la limite de g en $-\infty$ et en déduire l'existence d'une asymptote à $\mathscr{C}_g$ en $-\infty$ que l'on précisera.
4. (a) Etablir le tableau de signe de $x - 1$.
   (b) En déduire les limites de f en 1^+ puis en 1^- ; en déduire l'existence d'asymptote à $\mathscr{C}_f$ que l'on précisera.
5. (a) Pour tout $x \neq 1$ calculer $f'(x)$.
   (b) Etudier le signe de $f'(x)$ en fonction de x.
   (c) Dresser le tableau de variation complet de f sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$.