Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°3

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (4 points)

On considère la suite u définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 2n + n \times (-1)^n$$

1. Déterminer, à l'aide du théorème de comparaison, la limite de la suite u.
2. La suite est-elle monotone ? (*on justifiera cette réponse*).

Exercice 2. (6 points)

On considère la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier n,

$$u_{n+1} = \sqrt{4u_n + 5}$$

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3. Que peut-on conjecturer sur la suite u ?
2. (a) Montrer, par récurrence la propriété $\mathscr{P}$ définie au rang n par :

   $$\mathscr{P}(n) : 0 < u_n < 5$$

   (b) Montrer, par récurrence que la suite u est strictement croissante.

   (c) En déduire que u converge.
3. **Bonus** : Déterminer la limite ℓ de la suite u.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°3

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (4 points)

On considère la suite u définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \frac{n + \cos n}{n+3} \qquad \text{et} \qquad w_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$$

1. Déterminer, à l'aide du théorème des gendarmes, la limite de la suite u.
2. Déterminer, à l'aide du théorème des gendarmes, la limite de la suite w.

Exercice 2. (6 points)

On considère la suite u définie par $u_0 = -2$ et pour tout entier n,

$$u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2}u_n$$

1. Démontrer par récurrence que la suite u est strictement croissante.
2. Montrer, par récurrence, la propriété $\mathscr{P}$ définie au rang n par :

   $$\mathscr{P}(n) : u_n < 2$$

3. En déduire que u converge.
4. Déterminer la limite ℓ de la suite u.