**Nom :** .............. **Prénom :** .............. Classe :......

**INTERROGATION N°18**

***On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.***

**Exercice 1.** (10 points)

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^{-x}$$

**PARTIE A.**

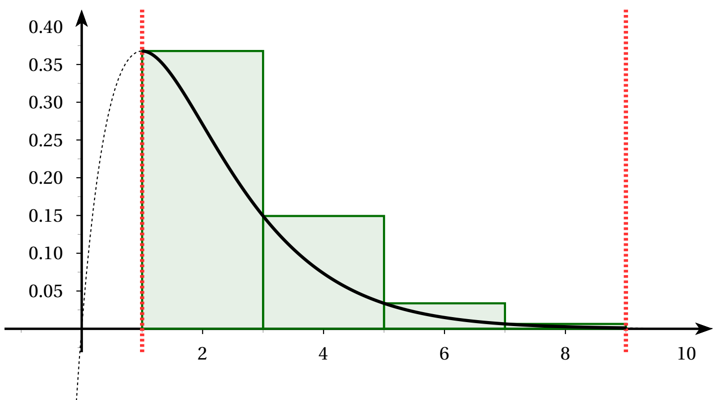
1. Déterminer les limites de $f$ en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter graphiquement.
2. (a) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ est du signe de $1-x$.
   (b) En déduire le tableau de variation complet de $f$.
3. Etudier le signe de $f(x)$ lorsque $x \in \mathbb{R}$.

**PARTIE B.**

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère orthonormal.

Soit $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 9$.

On utilise l'algorithme suivant pour calculer, par la méthode des rectangles, une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$. (voir la figure ci-après).




**Algorithme :**

**Variables**

$k$ et $n$ sont des entiers naturels

U est un nombre réel

**Initialisation**

U := 0 et $n$ := 4

**Traitement**

Pour $k$ allant de 0 à $n-1$

U := U + $2f(1+2k)$

Fin pour

**Affichage**

Afficher U.

1. Qu'affiche l'algorithme, en déduire une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$.
2. Modifier l'algorithme pour qu'il calcule une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$ à l'aide de $n$ rectangle de même largeur. On précisera la largeur de ces rectangles en fonction de $n$.

**PARTIE C.**

1. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\mathrm{F}(x) = e^{-x}(-x-1)$$

   Calculer $\mathrm{F}'(x)$. Que peut-on en déduire ?
2. En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$.

**Nom :** ............... **Prénom :** ............... Classe :......

## INTERROGATION N°18

***On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.***

**Exercice 1.** (10 points)

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

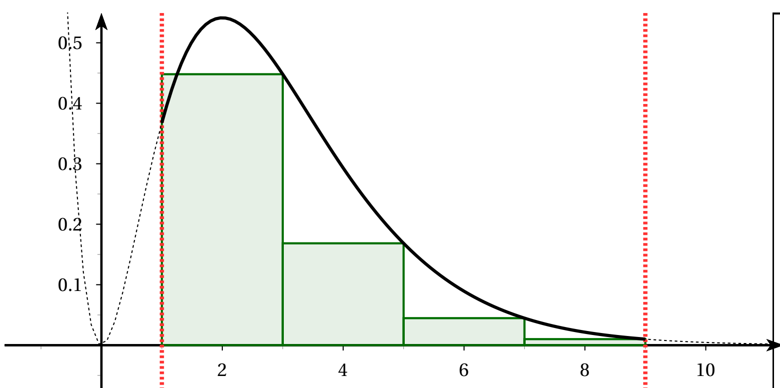
**PARTIE A.**

1. Déterminer les limites de $f$ en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter graphiquement.
2. (a) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ est du signe de $2x - x^2$.

   (b) En déduire le tableau de variation complet de $f$.
3. Etudier le signe de $f(x)$ lorsque $x \in \mathbb{R}$.

**PARTIE B.**

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère orthonormal.
Soit $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 9$.
On utilise l'algorithme suivant pour calculer, par la méthode des rectangles, une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$. (voir la figure ci-après).




**Algorithme :**

**Variables**

$k$ et $n$ sont des entiers naturels

U est un nombre réel

**Initialisation**

U := 0 et $n$ := 4

**Traitement**

Pour $k$ allant de 0 à $n-1$

U := U + 2$f(3+2k)$

Fin pour

**Affichage**

Afficher U.

1. Qu'affiche l'algorithme, en déduire une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$.
2. Modifier l'algorithme pour qu'il calcule une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$ à l'aide de $n$ rectangle de même largeur. On précisera la largeur de ces rectangles en fonction de $n$.

**PARTIE C.**

1. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

   $$F(x) = e^{-x}(-x^2 - 2x - 2)$$

   Calculer $F'(x)$. Que peut-on en déduire ?
2. En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$.