Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°11

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (10 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthonomé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Déterminer la limite de f en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$.
3. (a) Démontrer que pour tout réel x on a :

$$f(x) = \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$$

   (b) En déduire la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphique.
4. Déterminer $f'(x)$, puis étudier son signe. En déduire le tableau de variations de f.
5. Déterminer l'équation de la tangente de f en 0.
6. Démontrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2}.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°11

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Les cinq questions sont indépendantes.

Exercice 1. (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthonomé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

PARTIE A.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x - x - 1$

1. Etudier les variations de la fonction g.
2. En déduire que pour tout réel x on a :

$$e^x - x > 0$$

PARTIE B.

On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

1. (a) Montrer que pour tout réel $x \neq 0$ on a :

$$f(x) = \frac{1}{\frac{e^x}{x} - 1}$$

   (b) En déduire la limite de f en $+\infty$ puis celle en $-\infty$.

   (c) Interpréter graphiquement.
2. (a) Démontrer que pour tout réel x on a :

$$f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$$

   (b) Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f.